

# **Production d'un couple étalon adapté à une balance gravitationnelle réalisée à l'Observatoire Royal de Belgique**

Ing. F. Wielant<sup>(1)</sup>  
Dr M. van Ruymbeke<sup>(2)</sup>  
Dr S. Naslin<sup>(2)</sup>  
Dr A.-M. Guillaume<sup>(1)</sup>  
Dr Z. Ping<sup>(2)</sup>  
Dr G. Tuts<sup>(2)</sup>  
J.-P. Noël<sup>(2)</sup>  
<sup>(1)</sup> ISICHT – Mons  
<sup>(2)</sup> Observatoire Royal  
de Belgique

*L'Observatoire Royal de Belgique a développé un instrument à partir d'un pendule vertical symétrique dans le but d'établir une nouvelle mesure de la constante G. Cet article présente la conception d'un dispositif produisant un couple étalon au sein de l'instrument, grâce au déplacement d'un corps de masse connue par un moteur DC, dans le champ de pesanteur terrestre g. La qualité de l'étalonnage proposé réside dans la maîtrise du déplacement de la micro masse conduisant à un couple étalon de l'ordre de  $10^{-7}$  Nm.*

*Mots clés : gravitation, métrologie, pendule, étalonnage, micro masse*

*An instrument based on a symmetrical vertical pendulum (SVP) has been developed at the Royal Observatory of Belgium to measure the G constant accurately. This paper presents the design of a calibration system, made to introduce a calibration torque in the instrument, obtained by moving a small well-known mass with a DC motor, into the Earth's gravity field g. Controlling precisely the displacement of a micro mass, enables the needed accuracy from a torque calibration on the order of magnitude of  $10^{-7}$  Nm.*

*Keywords : gravitation, metrology, pendulum, calibration, micro mass*

## 1. Mise en situation

La loi de la gravitation universelle, énoncée par I. Newton (1643 – 1727, Royaume de Grande Bretagne) dans son œuvre *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* [14] parue en 1687 exprime la relation existant entre la force gravitationnelle et deux masses ponctuelles distinctes séparées d'une distance  $r$  [m]. La force gravitationnelle est proportionnelle au produit des deux masses en présence  $m_1$  et  $m_2$  et inversement proportionnelle au carré de la distance  $r$  séparant les centres de gravité de ces masses, et ce, à un facteur près : la constante de gravitation universelle  $G$ .

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad [\text{N}]$$

Historiquement, la détermination de  $G$  fut réalisée pour la première fois par H. Cavendish (1731–1810, Royaume de Grande Bretagne) en 1798, se faisant, par l'occasion, auteur d'une remarquable réalisation technique pour l'époque.

A l'heure actuelle, la valeur de  $G$  est annoncée par l'organisme international en charge de l'édition de telles constantes (Committee on Data for Science and Technology, CODATA), avec une incertitude relative de  $10^{-4}$  (Tableau 1). [10] [11].

Constatant que les valeurs de  $G$  successivement recommandées d'une part, ainsi que les mesures les plus actuelles d'autre part [6] [7] [15], ne se recoupent pas (comme illustré sur la figure 1 ci-dessous) le comité CODATA a recommandé à la communauté scientifique de poursuivre les recherches. Il suggère de différencier les types d'instruments utilisés afin de comparer les effets systématiques particuliers à chaque approche.

Année CODATA	$G$ [ $10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ]	Incertitude relative [ppm]
1986	6,67259 (85)	128
1998	6,673 (10)	1500
2002	6,6742 (10)	150
2006	6,67428 (67)	100
2010	6,67324 (80)	120

Tableau 1 : Valeurs de  $G$  recommandées par CODATA. Source : CODATA.

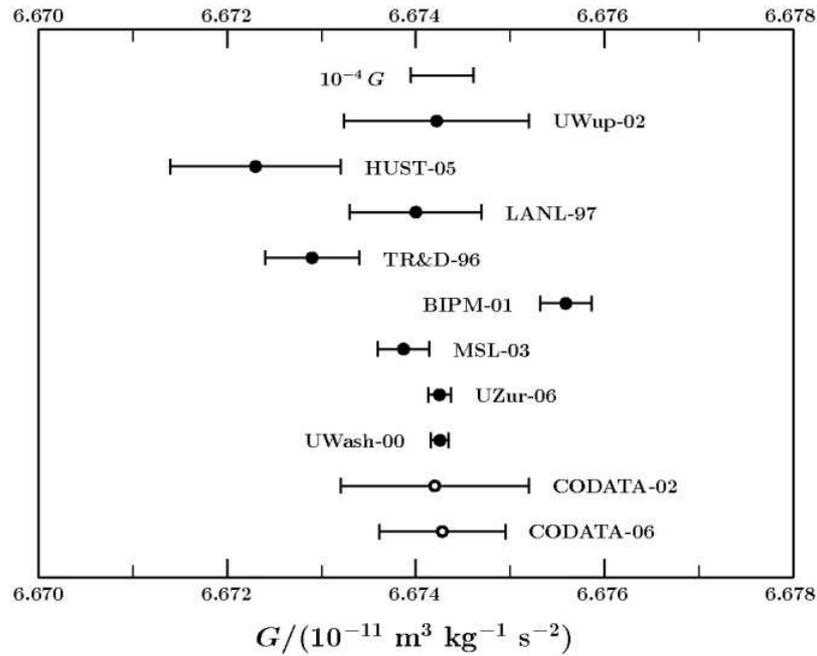


Figure 1 : Mesures récentes de la constante  $G$  reprises dans CODATA 2006 [10]. Il est intéressant de remarquer qu'entre les deux valeurs extrêmes il y a un écart de pratiquement 500 ppm.

Dans ce contexte scientifique international, une approche de la mesure de  $G$  basée sur un pendule symétrique vertical a été développée au laboratoire d'instrumentation géophysique (Observatoire Royal de Belgique, département 1) (figure 2).

Trois problèmes principaux doivent être maîtrisés.

- 1) Il est nécessaire de disposer d'un instrument capable de mesurer des effets infimes avec assez de sensibilité et de dynamique. Cela conduit au choix du pendule vertical inversé.
- 2) Le calcul des forçages gravitationnels repose sur les paramètres géométriques du système qui devront être connus avec suffisamment de précision. Cela justifiera de placer trois pendules qui enregistreront indépendamment les variations gravitationnelles. Ainsi certains effets systématiques seront rejetés par un traitement de signal adapté.
- 3) Pour accéder au niveau de précision requis, il faut utiliser un mode d'étalonnage rattaché à des références absolues. Les gravimètres absolus actuels permettent de déterminer la valeur locale du champ de pesanteur terrestre  $g$  [ $\text{m s}^{-2}$ ] avec une erreur relative largement inférieure à 0,1 ppm, par référence directe aux étalons fondamentaux de longueur [mètre] et de temps [seconde] [3] [9]. Notre recherche de solution originale consiste à comparer avec un même système deux signaux dont un est connu à priori après étalonnage et l'autre dépend de la variation gravitationnelle à mesurer. La variation de sensibilité du système est ainsi rejetée lors de l'établissement du rapport entre les deux effets. On séparera les deux composantes en utilisant des périodes différentes pour les deux actions. La qualité de sélectivité s'obtient en enregistrant sur de longs intervalles de temps.

En réponse à ces problèmes, les systèmes de balance développés à l'Observatoire Royal de Belgique (ORB) permettent une comparaison directe entre des couples d'effets gravitationnels (notés  $\Gamma_G$  [Nm] par la suite) variant en fonction des déplacements des masses attractives et des couples produits par des déplacements horizontaux de masses (embarquées sur l'instrument) dans le champ de pesanteur terrestre (appelés  $\Gamma_{\text{montre}}$  et  $\Gamma_{\mu}$  [Nm]).

Un pendule astatisé (figure 2) est utilisé ici comme balance de couple, et la figure 3 illustre la modulation du couple gravitationnel que subissent les masses pendulaires  $m_1$  et  $m_2$  avec le changement de la position des masses attractives, ici dénommées  $M_1$  et  $M_2$ .

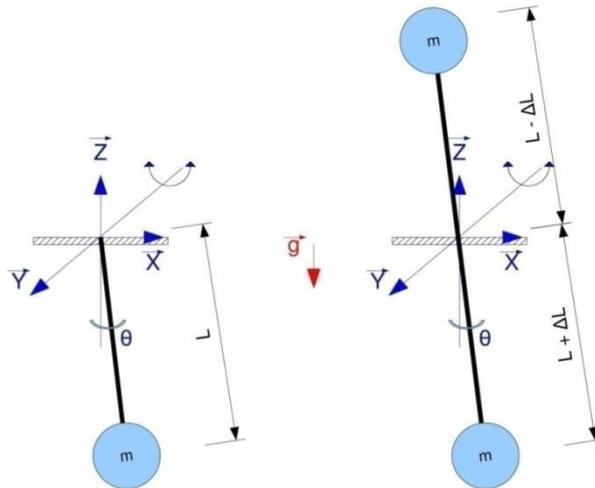


Figure 2 : Schéma d'un pendule simple et d'un pendule astatisé.

Dans le cas d'un pendule simple, la force de rappel pendulaire est égale à  $-m g \sin(\theta)$ . Pour un centre de gravité distant de  $L$ , le couple de rappel est alors égal à  $\Gamma = -m g L \sin(\theta)$ . Dans le cas d'un pendule vertical symétrique, lorsque  $\frac{\Delta L}{L}$  diminue, la sensibilité aux forces extérieures croit jusqu'à ce que l'instrument soit à l'équilibre indifférent (principe de l'astatisation).

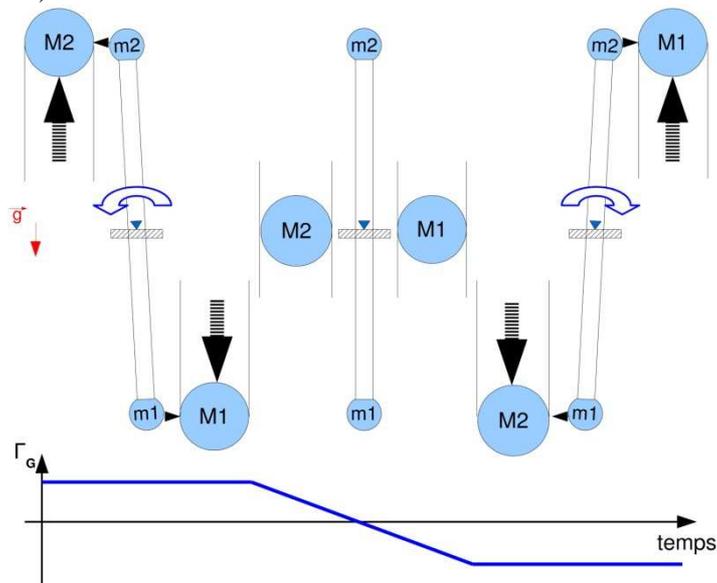


Figure 3 : Principe de l'utilisation du pendule astatisé comme balance de couple pour la mesure de  $G$ .

La suite de cet article traitera d'une technique développée dans le but d'établir le facteur d'échelle entre le forçage provoqué par l'actionneur gravitationnel de l'instrument, et les couples de comparaison nécessaires à la mesure provoqués par le champ de pesanteur terrestre (lui-même manifestation de la gravitation).

## 2. Principe de l'étalonnage à déplacement de micro masses

### 2.1. Comparaison du couple gravitationnel

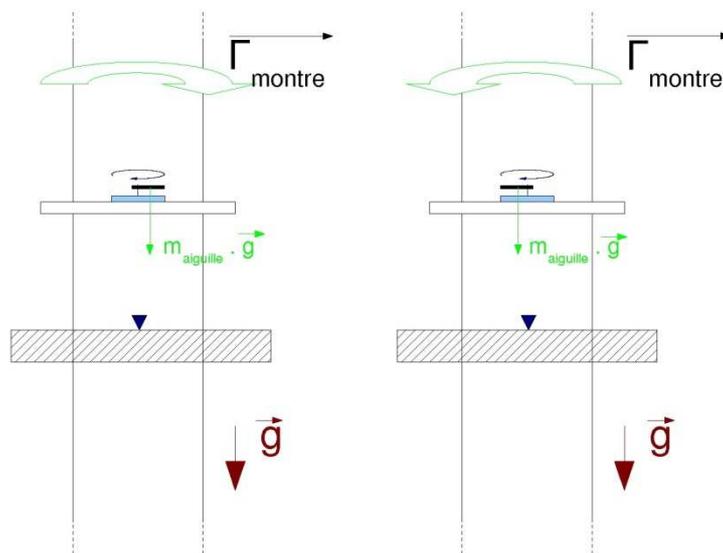
La quantification du couple gravitationnel par la mesure du déplacement angulaire du bras pendulaire en déflexion libre, donc par comparaison avec la constante de rappel du pendule astatisé, est impossible étant donné les deux constats suivants :

- La constante de rappel du pendule astatisé est inconnue a priori. Elle peut cependant être déterminée grâce à une mesure de la période, mais son utilisation reste interdite comme étalon de couple à cause de son imprécision.
- Les déformations au sein du système de pivot, ainsi que dans le bras pendulaire en déflexion libre, induisent des effets difficilement modélisables, et donc rendent impossible une mesure précise des effets gravitationnels. Il en est de même pour les systèmes basés sur les billes de roulement.

De plus, l'utilisation d'une régulation de la position angulaire sur l'appareil (avec comme consigne une déviation angulaire nulle par rapport à la direction du vecteur de pesanteur terrestre  $\vec{g}$ ) impose le fonctionnement d'un système d'étalonnage additionnel, produisant des échelons de couple étalon, servant de repères pour déterminer l'amplitude des couples gravitationnels. Une régulation de la position angulaire est nécessaire pour maintenir les caractéristiques du pivot à lames constantes au cours du temps.

La faible intensité des forces gravitationnelles à mesurer et les possibilités actuelles de techniques de mesure rendent le rapport signal/bruit relativement faible. Une mesure répétitive à fréquence fixe de phénomènes périodiques, ayant une période connue très stable permet cependant, grâce à des traitements mathématiques adéquats, d'améliorer de façon très importante le rapport signal/bruit.

L'idée développée a donc été de fixer une montre à Quartz sur le pendule (Figure 4), de manière à se servir de la rotation des aiguilles (et du poids de celles-ci) pour générer un couple de comparaison à fréquence fixe [16] [17] [18] [19]. L'avantage de cette technique réside dans les facilités de modélisation ( $\Gamma_{montre} = A \sin(\omega t + \varphi)$ ) et de stabilité du signal de couple généré.



*Figure 4 : Principe de la génération d'un couple d'étalonnage par déplacement de micro-masses induit par la rotation des aiguilles d'une montre.*

Ces couples ont des ordres de grandeur similaires aux phénomènes gravitationnels interagissant au sein de l'instrument de mesure de référence développé par Dr S. Naslin [13] et repris dans le tableau 2 ci-dessous.

Description	Valeurs
Masses cylindriques attirées [kg]	3,94
Masses cylindriques attractives [kg]	24,5
Distance entre les surfaces (disques) masses cylindriques coaxiales [m]	0,17
Modulation du couple gravitationnel introduit par les masses cylindriques coaxiales [Nm] valeur calculée avec : $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ [ $\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ ])	$2,698 \cdot 10^{-7}$
Masse de l'aiguille de la montre effectuant une rotation en 60 s [kg]	$10,7 \cdot 10^{-6}$
Amplitude du couple total produit par l'aiguille effectuant une rotation en 60 s [Nm]	$2 \times 2,03 \cdot 10^{-7}$
Masse de l'aiguille de la montre effectuant une rotation en 3600 s [kg]	$9,55 \cdot 10^{-6}$
Amplitude du couple total produit par l'aiguille effectuant une rotation en 3600 s [Nm]	$2 \times 3,31 \cdot 10^{-7}$

Tableau 2 : Ordre de grandeur des couples générés au sein du SVP.

Le système expérimental employé actuellement génère un couple gravitationnel  $\Gamma_G$  de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-7}$  Nm.

## 2.2. Problématique de l'emploi d'une montre et éléments du cahier des charges d'un système d'étalonnage.

La rotation des trois aiguilles d'une montre à Quartz permet de générer un couple de période et d'amplitude stables. En effet, le pilotage du mouvement par un oscillateur à Quartz limite l'erreur sur la fréquence à moins de 10 ppm.

Cependant, les constructeurs sont incapables de réaliser les systèmes d'aiguilles avec une répétabilité permettant une utilisation métrologique comme étalon de couple. De plus, les aiguilles métalliques de la montre sont sensibles au gradient thermique. En effet, un gradient de température provoque une dilatation tridimensionnelle de l'aiguille, donc un changement de la distance entre le point d'application du poids de l'aiguille et l'axe de

rotation de cette dernière. Le couple généré par la montre dépend également de la valeur de la pesanteur locale.

Nous devons par conséquent disposer d'un appareil générant un couple d'étalonnage permettant de mesurer et de contrôler l'amplitude du couple sinusoïdal introduit par le poids des aiguilles de la montre. Idéalement ce système sera démonté après avoir permis de déterminer les amplitudes générées par les trois aiguilles. Son centre de masse doit être situé dans le prolongement de l'axe de rotation du pendule afin de ne pas modifier de façon significative la fonction de transfert de celui-ci.

L'objectif actuel est de mesurer le couple  $\Gamma_G$  avec une précision de 100 ppm. Il est dès lors nécessaire d'obtenir une résolution de l'ordre de 10 ppm sur les données individuelles.

La partie commande du système d'étalonnage, prévue pour pouvoir être embarquée sur un instrument (donc autonome du point de vue énergétique), doit également pouvoir être contrôlée de l'extérieur sans aucun contact électrique, afin de minimiser les perturbations du pendule par les fils électriques.

### **2.3. Etalonnage à déplacement de micro-masse**

Sur un instrument pendulaire dédié spécialement à la mesure du couple généré par la rotation des aiguilles d'une montre, l'étalonnage par déplacement de micro-masse consiste en la génération d'un couple grâce à un déplacement linéaire d'une masselotte étalon, comme illustré sur la figure 5.

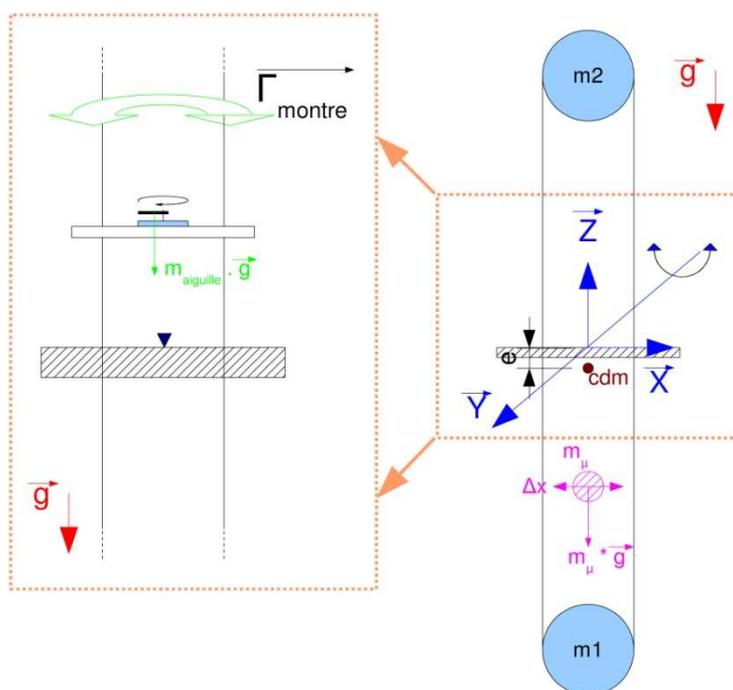


Figure 5 : Principe de l'étalonnage à déplacement de micro-masse.

Si le SVP (Symmetrical Vertical Pendulum) initialement à l'équilibre, comporte une masselotte de masse  $m_\mu$  [kg] se déplaçant parallèlement à l'axe X d'une distance  $\Delta x$  [m], celle-ci applique une variation du moment de force au pendule tel que :

$$\Gamma_\mu = m_\mu \cdot g \cdot \Delta x \quad [\text{Nm}]$$

Les variables  $m_\mu$  [kg] et  $g$  [ $\text{m s}^{-2}$ ] peuvent être mesurées avec une précision suffisante. Les précisions accessibles sont meilleures que le micro gramme en ce qui concerne la masse. Pour une dynamique de 80 dB (c'est à dire pour obtenir une précision relative sur  $\Gamma_\mu$  de  $10^{-4}$ , soit 100 ppm), il faudrait ainsi une masselotte de 10  $\mu\text{g}$ . L'utilisation du couple  $\Gamma_\mu$  comme couple étalon est donc tributaire de la précision sur le déplacement  $\Delta x$  [m].

L'originalité de cette méthode d'étalonnage consiste en la considération de l'accélération de gravité en tant qu'étalon fondamental, ce qui est valide car

les gravimètres absolus actuels permettent d'atteindre une précision de 0,01 ppm [3].

De plus, tout comme pour la montre, la position du système d'étalonnage n'influe pas sur la qualité ni sur la grandeur du couple d'étalonnage  $\Gamma_\mu$  généré, pourvu que le système soit immobile par rapport à la verticale locale. Cet élément justifie l'utilisation d'une méthode de zéro [13] [16] [17]. En effet, une position angulaire constante (parallèle à la direction du vecteur  $\vec{g}$  de gravité terrestre dans ce cas) du pendule empêche la modulation du couple par une inclinaison de la montre.

#### **2.4. Gestion des signaux et acquisition de données**

La position angulaire du bras de la balance d'essai est mesurée à l'aide d'un capteur capacitif variant en fonction de la distance entre la partie mobile et des électrodes fixées au boîtier de protection de l'appareil. Les capteurs capacitifs sont remarquables par leur simplicité de conception qui permet une réalisation robuste et une excellente fiabilité. Le choix de ce type de capteur permet d'atteindre sur de faibles déplacements une résolution meilleure que l'Angström.

La stabilité de la constante diélectrique de l'air dans notre cas, permet d'assurer des performances ne dépendant que de la géométrie du condensateur.

De plus, la construction symétrique de l'instrument, disposant ainsi d'une paire de condensateurs de part et d'autre de l'axe de rotation permet, à la fois une mesure de la position angulaire en pont sur une paire de condensateurs, ainsi qu'une régulation de cette position à l'aide d'un actionneur électrostatique sur l'autre paire de condensateurs.

La figure 6 présente le système de mesure de la constante G sous forme de schéma bloc.

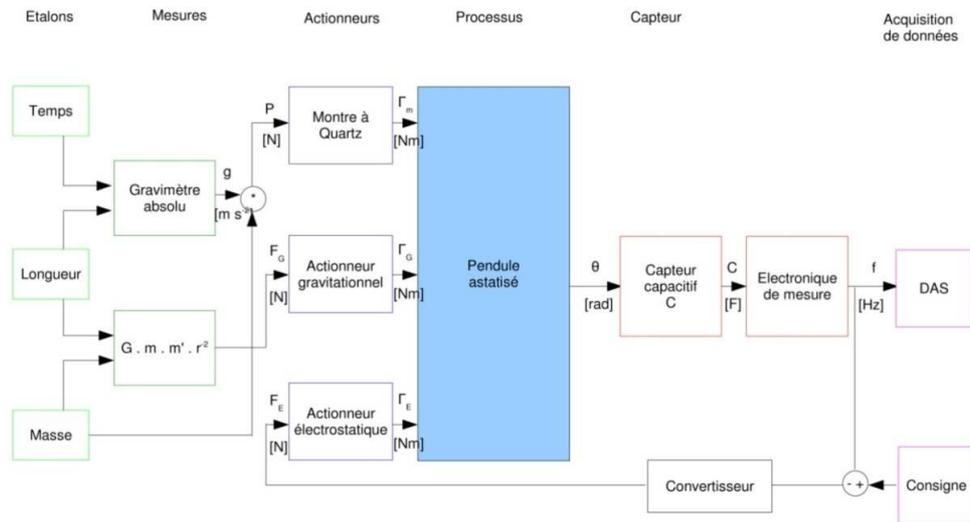


Figure 6 : Principe de l'instrument de mesure de la constante  $G$  basé sur un SVP.

Lors de la mesure de la constante de gravitation  $G$ , le système d'étalonnage n'est plus nécessaire au sein de l'instrument. Cependant, les trois aiguilles de la montre tournant respectivement sur 60 s, 3600 s et 43200 s permettent de déterminer la sensibilité de l'équipement de mesure : il est en effet possible de fixer la limite de la précision du système en calculant les rapports entre les amplitudes des trois couples sinusoïdaux censés rester constants. Cela devient primordial aux résolutions atteintes car les instruments sont à la limite de l'instabilité et l'enregistrement en continu de leur sensibilité constitue un atout majeur du principe adopté. En effet, la sensibilité de l'instrument global est amenée à changer en fonction de paramètres tels que, par exemple, la température ambiante, la pression atmosphérique, la valeur du champ local de pesanteur terrestre, etc. [8].

### 3. Validation des prototypes

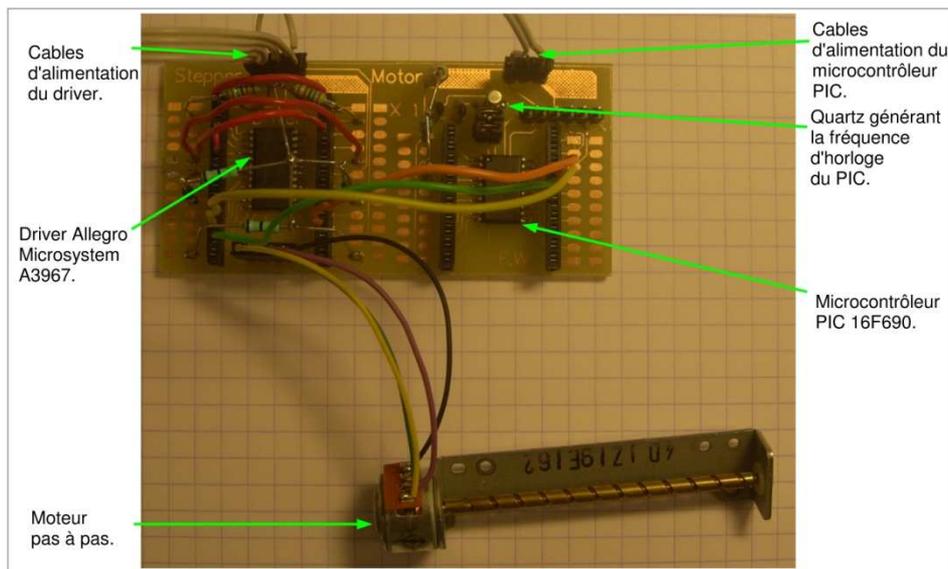
Les ordres de grandeur des effets à générer étant tellement petits, la recherche d'un actionneur destiné à mouvoir la micro-masse a été menée parmi la gamme des micromoteurs électriques. Ceci comprend les moteurs électriques à courant continu (avec balais et sans balais), les moteurs électriques pas-à-pas, ainsi que les moteurs piézoélectriques. Ces derniers ont cependant dû être rapidement écartés car, bien que disposant de

quelques caractéristiques intéressantes (vitesse de rotation naturellement faible, rotor naturellement bloqué à l'arrêt, pas de perturbations électromagnétiques, ...), ils possèdent des inconvénients rédhibitoires tels qu'un rendement énergétique très faible, une faible durée de vie, et un pilotage électrique complexe.

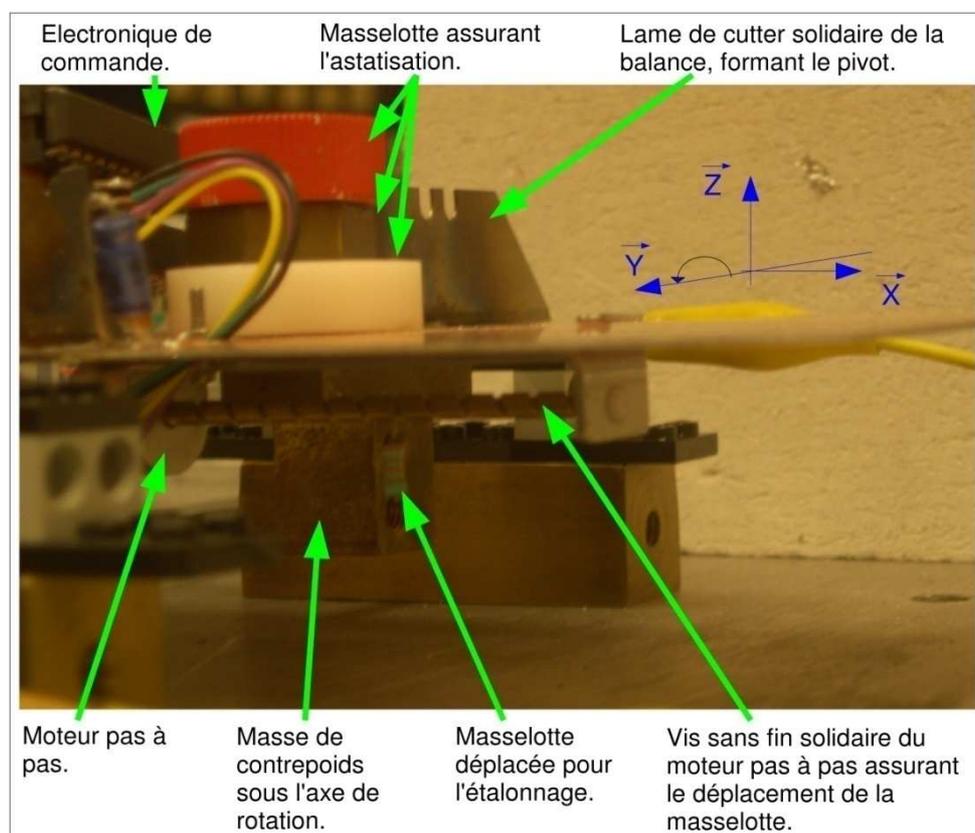
### 3.1 Système d'étalonnage à moteur pas à pas

De manière à tester la faisabilité technique d'un étalonnage par déplacement de micro-masse, une petite balance astatisée d'essai a été réalisée durant le mois d'octobre 2010. Le but de cette balance était de pouvoir tester rapidement les différents prototypes réalisés à partir d'un moteur pas-à-pas récupéré dans un équipement informatique.

Les premiers tests mettant en œuvre ce moteur pas à pas miniature se sont rapidement montrés encourageants. Cependant, certaines améliorations de l'électronique de commande ont permis d'accroître la précision temporelle du signal d'étalonnage (génération du signal d'horloge par un oscillateur à Quartz), et de minimiser la consommation énergétique du système (changement du circuit pilote de moteur, au profit d'un circuit comportant une fonction de mise en veille de l'étage de puissance).



*Figure 7 : Photographie du moteur pas à pas miniature et d'une électronique de commande développée pour cet actionneur de test.*



*Figure 8 : Vue détaillée du prototype de système d'étalonnage monté sur la petite balance d'essai.*

Dans un premier temps, lors des tests avec la petite balance d'essai, le courant continu d'alimentation du système parcourait les pivots à lames. Cette technique n'était pas favorable car des phénomènes galvaniques pouvaient être craints à l'échelle des cristaux métalliques, ce qui risquait d'altérer le fonctionnement des pivots au cours du temps. De plus un courant continu coaxial engendre un champ magnétique, pouvant interagir avec d'autres éléments conducteurs ou magnétiques et introduire des couples parasites au sein de l'instrument. Après avoir amélioré le choix des composants électroniques, le dispositif a pu fonctionner sur deux batteries AA (alcalines) pendant plusieurs semaines grâce à une consommation électrique très faible du système d'étalonnage.

Les données présentées sur la figure 9 ont été obtenues durant le week-end du 29 au 31 octobre 2010 avec un tel système composé d'un moteur pas à pas miniature et d'une électronique à microcontrôleur.

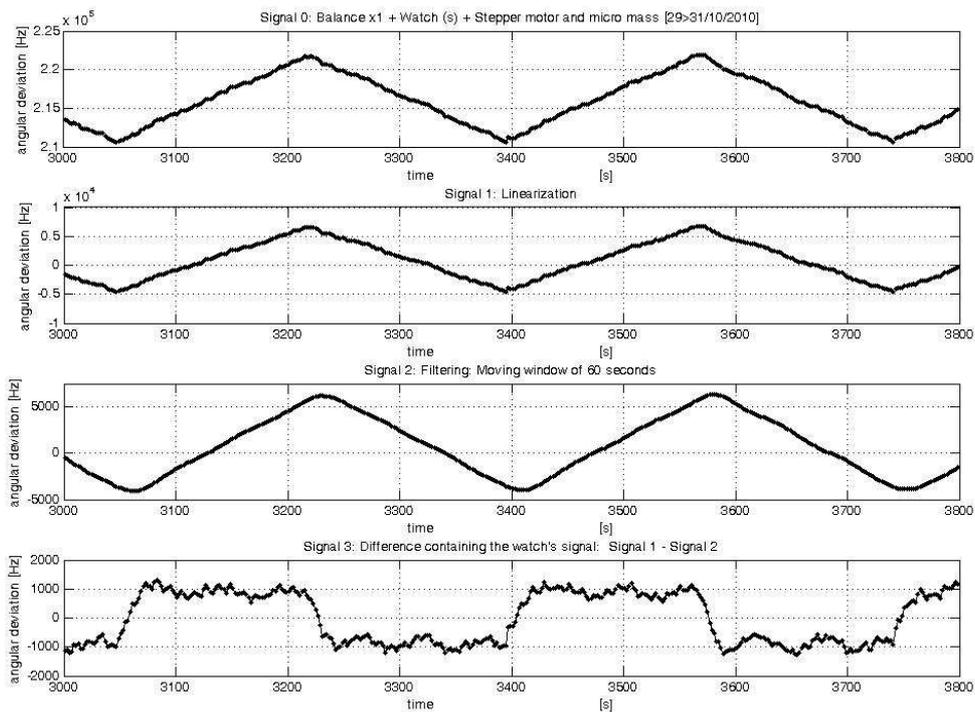


Figure 9 : Données obtenues lors d'un essai d'étalonnage avec le moteur pas à pas.

Sur la figure 9 ci-dessus, le premier graphique présente les données brutes enregistrées lors de l'expérience. Étant donné le système de mesure de la déviation angulaire (schéma bloc repris à la figure 6 ci-dessus), l'image du couple produit est mesurée en Hertz. Le second graphique est une linéarisation des données, alors que le troisième graphique montre les données présentées sur le second, où le signal issu de la montre a été filtré par moyenne mobile. Le quatrième graphique est la différence entre les signaux du second et du troisième graphique. Il en résulte le signal de la montre (aiguille des secondes) superposée à une onde carrée (parasite mathématique obtenu lors du filtrage des points anguleux).

### 3.2 Traitement des données

Tous les forçages produits par des systèmes comportant un oscillateur à Quartz sont à priori périodiques avec des périodes fixes et connues. Le traitement par « stacking » présenté dans cette section permet d'extraire les composantes systématiques des signaux périodiques.

Considérons un signal de mesure continu échantillonné à une période  $\Delta t_{éch}$  et supposons que ce signal est constitué d'un bruit blanc et d'un signal périodique de  $T$  échantillons se répétant exactement  $N$  fois durant le temps d'enregistrement  $N \times T \times \Delta t_{éch}$ .

La moyenne par stacking consiste à considérer  $N$  fenêtres de  $T$  échantillons  $a_t$ . Effectuons la moyenne arithmétique de la valeur de chaque échantillon  $a_t$  d'une fenêtre  $n$  avec les autres échantillons des  $(N - 1)$  autres fenêtres. Cette méthode permet ainsi d'obtenir la forme moyenne d'une période de signal suivant l'équation :

$$[\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_t, \dots, \bar{a}_T] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N [a_1, \dots, a_t, \dots, a_T]_N$$

L'estimation de l'écart-type  $\sigma$  caractérisant la dispersion de chaque échantillon du signal périodique par rapport à la forme moyenne est donnée par l'équation :

$$[\sigma_1, \dots, \sigma_t, \dots, \sigma_T] = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N [(a_1 - \bar{a}_1)^2, \dots, (a_t - \bar{a}_t)^2, \dots, (a_T - \bar{a}_T)^2]_n}$$

Il est logique de constater que l'écart type est d'autant plus faible que le nombre de périodes  $N$  est important.

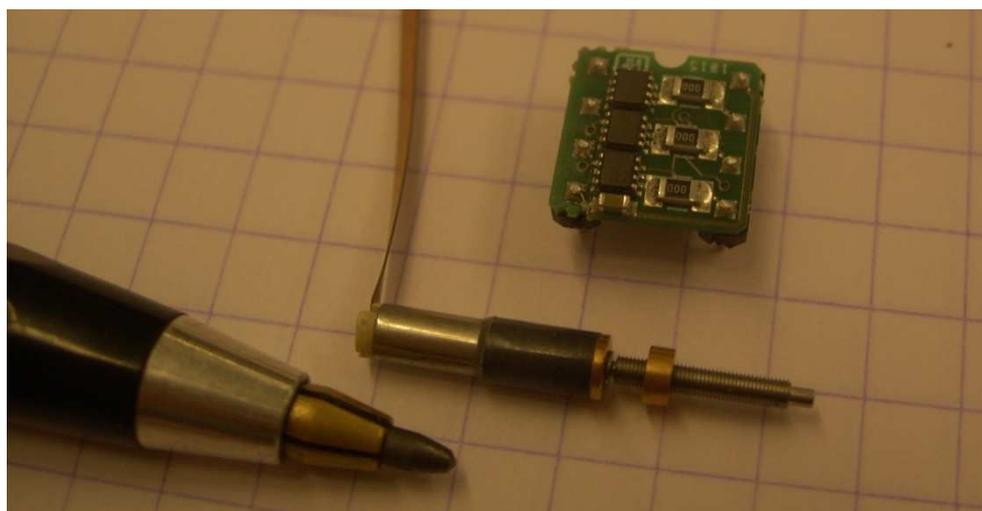
Ce traitement est utilisé sur les données, pour isoler les formes d'ondes de couple entre elles (le couple issu de la trotteuse de la montre dont la période vaut 60 secondes et l'onde de couple provoquée par le mouvement de la micro-masse, dont la période est commandée par le microcontrôleur).

### 3.3 Choix d'un actionneur

Les expériences menées avec le moteur pas à pas ayant démontré la faisabilité technique du concept de l'étalonnage à moteur pas à pas, il a été décidé de choisir un nouvel actionneur, optimisé pour cette application.

Pour ce faire, divers actionneurs électriques et piézo-électriques susceptibles de convenir à cette application ont été examinés.

Après avoir envisagé le choix d'un moteur Namiki© [12], nous avons retenu le moteur à courant continu sans balais Faulhaber© [4] Bld 0308 003 b (figure 10 ci-dessous) qui a été sélectionné pour sa facilité de pilotage, la précision théorique qu'il permet d'atteindre et la qualité de la construction mécanique de cet actionneur.



*Figure 10 : Photographie du micromoteur 0308 003b et de l'actuateur linéaire, ainsi que de la carte BLD 05002 S.*

Les moteurs sans balais associent les avantages des moteurs à courant continu à commutation par balais-collecteurs et des moteurs pas à pas, tout en rejetant leurs inconvénients. En effet, ces moteurs peuvent être extrêmement petits et compacts et disposer d'un rapport puissance/volume élevé. La commutation sans balais leur assure une longue durée de vie et enfin, ils ne nécessitent qu'une faible tension d'alimentation.

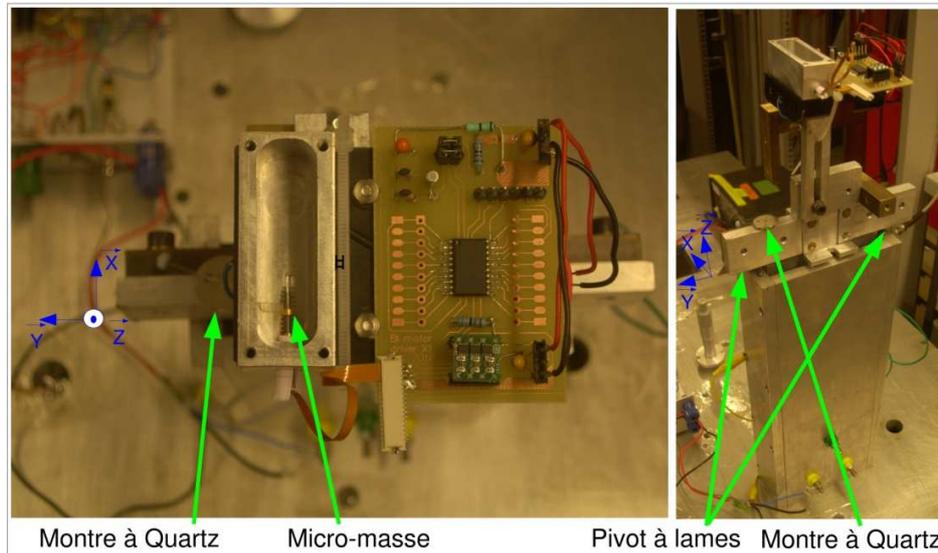
Enfin, piloté avec la carte BLD 05002 S (figure 10 ci-dessus), cet actionneur fonctionne comme un moteur synchrone avec un mode de fonctionnement discret. En effet la carte de commande du moteur synthétise trois tensions sinusoïdales déphasées de  $120^\circ$  entre-elles, destinées aux bobines du micromoteur, connectées en étoiles. La fréquence des tensions sinusoïdales triphasées est fonction de la fréquence d'un signal d'horloge à appliquer sur une patte de cette carte de commande. La fréquence des tensions sinusoïdales fixe la vitesse de rotation du champ tournant, et donc par la même occasion celle du rotor du micro moteur.

Pour former un actionneur linéaire, le dispositif Faulhaber© est accouplé à un réducteur épicycloïdal de rapport  $i = \frac{1}{125}$  dont l'axe de sortie est fileté ( $M 1,6 \times 0,2$ ). Etant donné le nombre de pôles du moteur, ainsi que les caractéristiques de l'électronique de commande, la résolution du déplacement linéaire que permet d'atteindre cet actionneur est de 33,33 nm.

Les paliers du moteur sélectionné sont usinés en rubis, ce qui assure une faible usure, donc une constance du comportement du moteur tout au long de son utilisation.

### **3.4 Système d'étalonnage à moteur DC sans balais**

Dans un premier temps, le système composé du moteur Faulhaber© a tout d'abord été testé sur un nouveau pendule astatisé composé de pièces en aluminium. Ce pendule d'expérimentation offrait l'avantage, par rapport à la petite balance de test, d'être de construction mécanique plus rigoureuse, ainsi qu'être de masse plus importante, de manière à supporter l'ensemble du système et son alimentation en énergie électrique.



*Figure 11 : Photographies du système d'étalonnage à moteur Faulhaber© testé sur le pendule d'expérimentation.*

Les dernières données mentionnées dans le travail de fin d'études [19] ont été mesurées à l'aide de cet instrument.

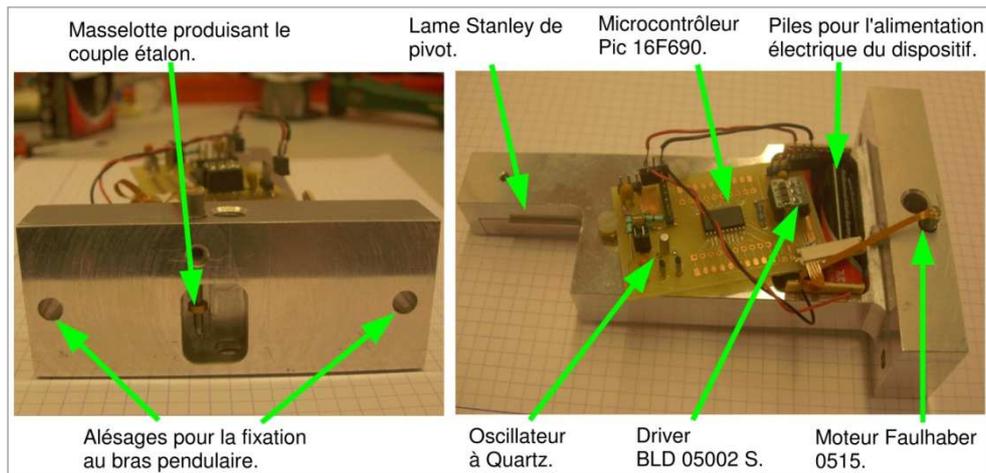
Bien que très performant pour l'application désirée, le moteur Faulhaber© 0308 s'est révélé extrêmement délicat à l'usage. Pour la suite des travaux, il a été remplacé par le modèle 0515 du même fabricant. Ce nouveau moteur plus puissant et plus robuste est basé sur la même technologie, il garde d'ailleurs la même électronique de commande.

#### **4. Résultats d'étalonnage et caractéristiques expérimentales du système**

A la fin de ce travail de fin d'études, nous avons mené une réflexion sur le design d'un futur instrument composé de trois pendules astatisés et destiné à établir une nouvelle mesure de la constante  $G$ .

Ce nouvel instrument se compose de deux pièces en équerre, destinées à être assemblées sur le corps pendulaire, et devant assurer la fonction de pivot (figure 12). L'une de ces deux pièces comporte un logement pour l'alimentation électrique et le moteur du dispositif d'étalonnage. Une tige

métallique a été brasée sur la « masselotte-écrou » en bronze. Cette tige métallique coulisse dans une rainure fraisée dans le pivot, de manière à bloquer la rotation de l'écrou en bronze, au profit d'un mouvement de translation pure.



*Figure 12 : Photographies du système d'étalonnage fixé sur la pièce de pivot.*

Sur base de ce pivot et des expériences menées, un instrument d'étalonnage à base de pendule astatisé a été conçu spécialement pour l'étalonnage des montres à Quartz. Cet instrument offre l'avantage de disposer d'un corps pendulaire allégé en aluminium (de masse inférieure à 1 kg) et d'une grande longueur (longueur totale de 1,66 m). La faible masse permet d'obtenir des grandes amplitudes (une déviation angulaire de  $\pm 0,1^\circ$ ) de déplacements suites aux différents forçages, alors que la longueur importante procure une inertie tout aussi importante au pendule, de manière à filtrer les vibrations éventuelles dues au fonctionnement du moteur.

L'utilisation de ce nouveau pendule dans une cave gravimétrique permet, grâce à une électronique de mesure adéquate de présenter, après traitement, le signal d'étalonnage repris à la figure 13 ci-dessous.

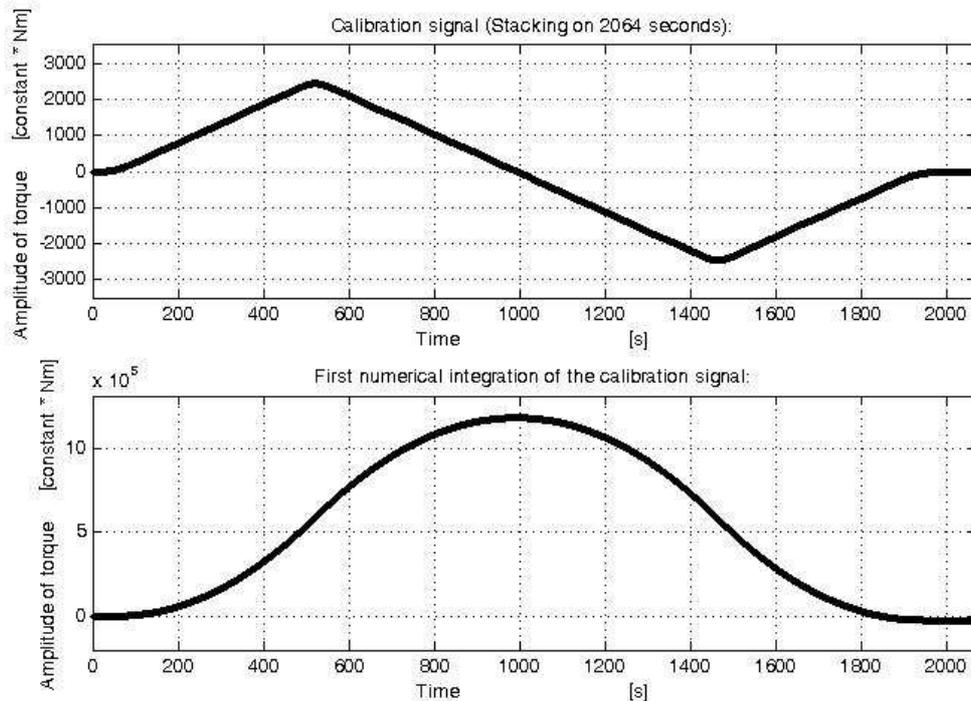


Figure 13 : Forme d'onde du signal d'étalonnage.

Le signal résultant d'une intégration du signal de couple possède des pentes nulles de part et d'autre de la zone de mouvement, attestant de la symétrie des injections d'énergie (vectorielle).

Étant donné que le poids de la masselotte, à l'origine du couple d'étalonnage est une force conservative, une amplitude nulle sur une partie de la période d'une courbe d'énergie est une preuve d'un mouvement d'aller-retour à partir d'un point.

Suite à un calcul d'incertitude, il ressort que pour une amplitude de couple d'étalonnage de  $6,79 \cdot 10^{-6}$  [Nm], une incertitude relative de 7 ppm devrait être accessible à l'aide d'un moteur Faulhaber© 0515 et d'un actuateur 06A S2 ( $i = \frac{625}{1}$ ). Bien que cette faible incertitude semble difficilement réalisable, nous pensons pouvoir l'atteindre en exploitant la pente du signal du couple d'étalonnage.

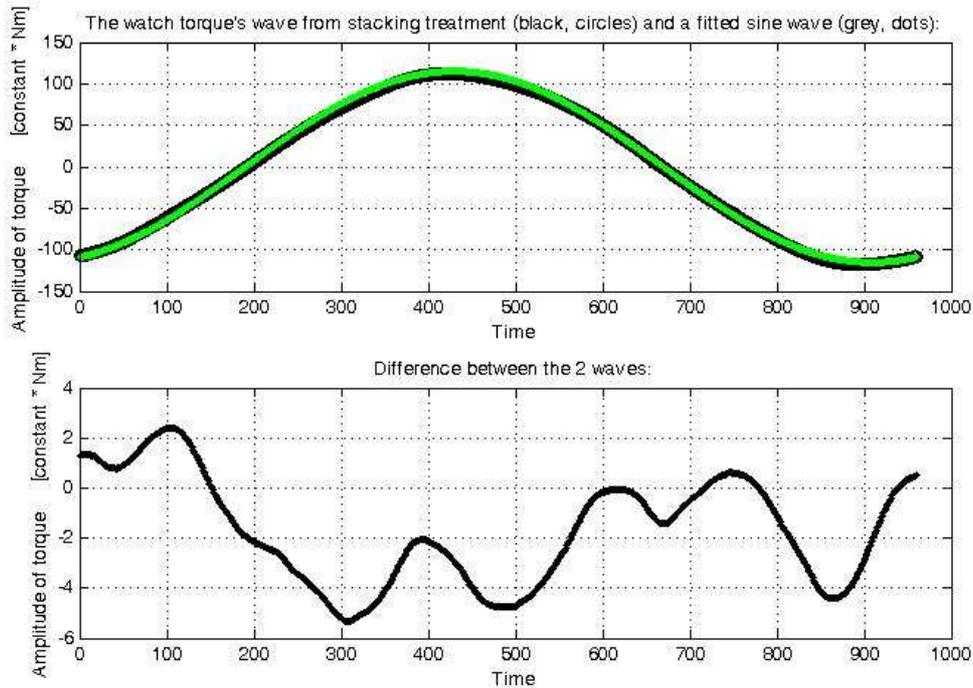


Figure 14 : Onde de couple de l'aiguille des secondes et résidus.

A l'aide de cet instrument expérimental, et sur base des données présentées sur les figures ci-dessus, le rapport d'échelle entre l'amplitude du couple généré par la trotteuse et l'amplitude du couple généré par le dispositif de calibration est de 20,7. Avec ce matériel (pendule d'étalonnage et moteur Faulhaber© 0515) l'amplitude RMS du bruit obtenu sur le signal de la montre (figure 14) est de 2,7 pour une amplitude du signal sinusoïdal de 230. Notons qu'en janvier 2011, avec l'instrument présenté au point précédent sur la figure 11, le bruit efficace obtenu sur le signal de la montre était environ 5 pour une amplitude du couple de 1700.

Etant donné ces deux expériences, une troisième expérience menée dans un laboratoire à faible niveau de bruit, en combinant les caractéristiques favorables des deux prototypes, permettra d'atteindre la précision revendiquée.

## 5. Conclusion

Un système précis dont le but est de générer un couple étalon  $\Gamma_\mu$  [Nm] a été conçu. Il est constitué d'un actionneur électrique miniature de précision, piloté par microcontrôleur et capable d'échanger des informations avec un autre processus de l'expérience.

Le dispositif réalisé est capable de produire un couple avec la précision attendue (incertitude relative inférieure à 10 ppm), et donc de pouvoir fixer le rapport d'échelle entre les amplitudes de deux signaux périodiques de fréquences différentes, afin de mesurer précisément le couple gravitationnel subi par un Pendule Vertical Symétrique.

Tout en respectant le cahier des charges à propos des masses, de l'encombrement et de l'autonomie énergétique, le prototype de système d'étalonnage réalisé atteint la précision attendue, à savoir une incertitude relative théorique de 7 ppm. En exploitant la forme de l'onde de couple, lors des futures mesures expérimentales, nous atteindrons une incertitude relative aussi faible.

## 6. Remerciements

Nos remerciements vont au Dr R. Van der Linden, Directeur de l'Observatoire Royal de Belgique pour avoir permis de réaliser le travail de recherche au sein de son établissement, ainsi qu'à l'Ing. Guy Berthault pour son soutien, sans lequel ce travail n'aurait pu être mené.

## 7. Sources

- [1] ASCH Georges, et collaborateurs, *Les capteurs en instrumentation industrielle*, Troisième édition, Dunod, Bordas, Paris, 1987.
- [2] BOUCHARÉINE Patrick, *Extraction d'un signal noyé dans le bruit. Filtrage. Détection synchrone. Autocorrélation*, Techniques de l'ingénieur, r 373, 1978, Paris.
- [3] DIAMENT Michel, *Mesure du champ de pesanteur terrestre*, Techniques de l'ingénieur, r 1 814, 2005, Paris.
- [4] FAULHABER, *Systèmes d'entraînement miniatures*, version française, Dr. Fritz Faulhaber GmbH & Co. Kg, Allemagne, 2010.
- [5] FEYNMAN Richard, *Le cours de physique de Feynman Mécanique I*, Feynman/Leighton/Sands, 1995, InterEditions, Paris.
- [6] HAROLD V., PARKS James, FALLER E., *A Simple Pendulum Determination of the Gravitational Constant*, JILA, University of Colorado and National Institute, 2010.
- [7] LIANG-CHENG Tu, et al, *New determination of the gravitational constant G with time-of-swing method*, Department of Physics, Huazhong University of Sciences and Technology, Wuhan, People's Republic of China, 2010.
- [8] LOUVEL Denis, *Balances et pesées*, Techniques de l'ingénieur, p1380-v2 Paris.
- [9] MELCHIOR Paul, *Physique et dynamique planétaires. Gravimétrie, Potentiel gravitationnel de la terre et de la lune*, Volume 2, 1971, Vander, Louvain.
- [10] MOHR Peter J., TAYLOR Barry N., and NEWELL David B., *CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 2006*. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland 20899-840, USAI.
- [11] MOHR Peter J., TAYLOR Barry N., and NEWELL David B., *Brief Overview of the CODATA 2010 adjustment of the values of the constants*. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland, USA.
- [12] NAMIKI PRECISION JEWEL CO., LTD, *Micro DC Brushless Motor Series*. <http://www.namiki.net/product/dcmotor>  
Dernière consultation : janvier 2012.

- [13]NASLIN Sébastien, Ph. D. *Etude et réalisation d'un procédé expérimental novateur dédié à la mesure de la constante universelle de gravitation G*, Observatoire Royal de Belgique, Ecole Polytechnique de Louvain, Bruxelles, 2009.
- [14]S. I. NEWTON. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. London (1687).
- [15]SCLAMMINGER St. et al, *A Measurement of Newton's Gravitational Constant*, 2006, Physik-Institut der Universität Zürich, Switzerland.
- [16]VAN RUYMBEKE Michel, Thèse annexe, *Un pendule horizontal à méthode de zéro permet de mesurer la constante de la gravitation universelle G*, Université Catholique de Louvain, Faculté des sciences, Bruxelles, 1979.
- [17]VAN RUYMBEKE Michel, NASLIN Sébastien, NOËL Jean-Philippe, *Gravitational balance prototyped at the Royal Observatory of Belgium*, Royal Observatory of Belgium, Bruxelles, Belgium.
- [18]VAN RUYMBEKE Michel, NASLIN Sébastien, PING Zhu, RENDERS Francis, NOËL Jean-Philippe, *Royal Observatory of Belgium Gravitational balance*, Royal Observatory of Belgium, Bruxelles, 2010.
- [19]WIELANT François, *Production d'un couple étalon adapté à une balance gravitationnelle réalisée à l'Observatoire Royal de Belgique*, travail de fin d'études, HELHa, catégorie technique, Mons, 2011.