

Optimisation par éléments finis d'une couronne d'éolienne

Ing. I. SAADI
Ir J.-P. COLLETTE
GRAMME – Liège

Cet article présente une étude ayant pour finalité la détermination de la nuance d'acier la mieux adaptée pour une couronne de boîte de vitesses d'éolienne. La première étape consiste à trouver un cas de charges suffisamment fiable afin d'être en mesure d'étudier les efforts auxquels la pièce étudiée est soumise. Ensuite, un modèle numérique est mis au point sur un logiciel de CAO. Celui-ci est transféré vers ANSYS pour évaluer les contraintes à l'aide de la méthode des éléments finis. Après cela, la réflexion sur le choix de la nuance d'acier peut s'effectuer.

Mots-clefs : optimisation, ANSYS, méthode des éléments finis, couronne, acier à haute limite élastique

The purpose of this paper is the study of the most adapted grade of steel that should be used for a ring gear of wind turbine gearboxes. The first step consists in determining a reliable load case in order to study the stress to which the part concerned is subjected. After that, a numerical model of the ring gear is designed in a CAD software and then analyzed to rate the stress by the finite element method thanks to ANSYS. In the end, the choice of the grade of steel can be made.

Keywords: optimization, ANSYS, finite element method, ring gear, high strength steel

1. Introduction

1.1. Avant-propos

Depuis l'introduction des premières éoliennes vers la fin des années 80, leur taille n'a cessé d'augmenter. En effet, étant donné la croissance de la demande en raison de la raréfaction progressive des énergies fossiles, les constructeurs sont amenés à proposer des alternatives. Afin de répondre aux besoins énergétiques incessants des consommateurs, les constructeurs rivalisent dans la mise au point de structures¹ de plus en plus imposantes, capables de résister aux charges de vent et de vague (pour les éoliennes offshore) les plus extrêmes. De nos jours, les éoliennes sont capables d'atteindre des puissances de l'ordre du MW.

Pour atteindre des tailles aussi importantes avec des structures lourdes et massives, la résistance des matériaux doit suivre. Ainsi, les pièces doivent être plus résistantes, ce qui implique la nécessité absolue d'étudier le comportement mécanique de celles-ci et, par conséquent, de prédire d'éventuelles ruptures. La pièce mécanique qui fait l'objet de cette étude est la couronne. Concrètement, il s'agit d'un engrenage à denture interne en acier à haute résistance. Celui-ci se situe dans les boîtes de vitesses destinées aux éoliennes.

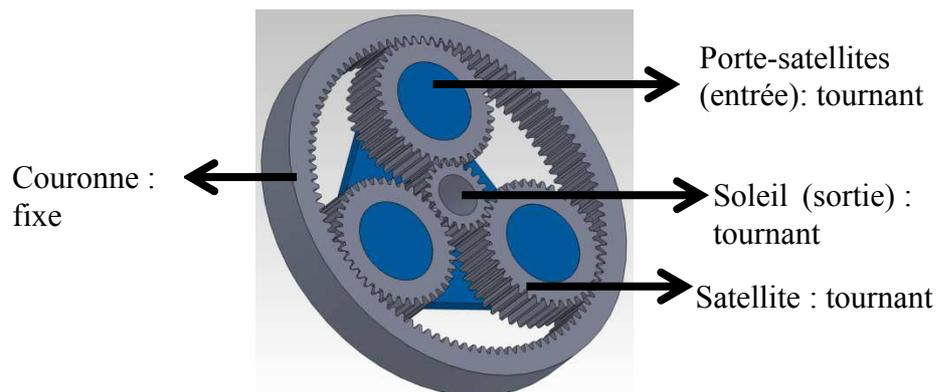


Figure 1 : Train épicycloïdal

¹ Éoliennes.

1.2. Objectifs

Dans un premier temps, l'étude débute par la définition d'un cas de charges suffisamment fiable afin d'envisager des simulations numériques. Afin de pouvoir appliquer correctement les conditions aux limites lors de la phase de modélisation par éléments finis², il faut analyser précisément la transmission des efforts à partir du couple d'entrée de la boîte de vitesses jusqu'aux dents de la couronne au niveau des lignes de contact.

Dans un second temps, le but est de mettre au point un modèle de la couronne sur base de dimensions existantes à l'aide d'un logiciel de CAO. Pour cela, il convient de déterminer toutes les dimensions géométriques caractéristiques d'un engrenage à denture interne et droite. Ensuite, ce modèle numérique, alors sous le format .STEP³, est transféré vers le logiciel de calcul par EF ANSYS.

2. Dimensionnement de la couronne

2.1. Variables de dimensionnement

Le dimensionnement d'un engrenage nécessite au minimum 3 paramètres : le nombre de dents Z (ou le diamètre primitif d), le module m et l'angle de pression α . À partir de ces données, il est possible de déduire le pas, les dimensions exactes des dentures ainsi que de la distance d'axe à axe des deux engrenages.

Les données de base sont reprises dans le tableau ci-dessous. Elles proviennent d'un rapport publié par NREL (National Renewable Energy Laboratory) [6].

	Valeurs	Unités
Nombre de dents Z	99	/
Module m	10	mm
Angle de pression α	20	°

Tableau 1 : Données de base

² Dans la suite de l'article, la notation « EF » sera adoptée pour désigner les éléments finis.

³ Il s'agit du format standard d'échange entre plateformes CAO.

Quant aux dimensions déduites de celles énoncées dans le tableau 1, elles sont reprises dans le tableau qui suit :

	Valeurs	Unités
Pas p_2	31,41	mm
Hauteur de dent h_2	22,5	mm
Hauteur de tête de référence h_{a2}	9,5	mm
Hauteur de pied de référence h_{f2}	12,5	mm
Epaisseur de dent s_2	15,7	mm
Diamètre de référence d_2	990	mm
Diamètre de base d_{b2}	930,3	mm
Diamètre de pied d_{f2}	1016	mm
Diamètre de tête d_{a2}	971	mm
Pas angulaire α_p	0,3	rad

Tableau 2 : Dimensions géométriques de la couronne

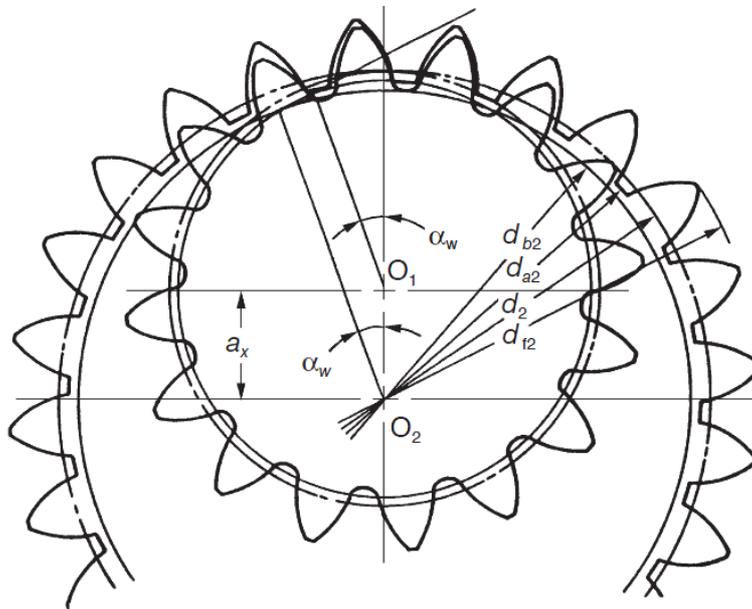


Figure 2 : Dimensions caractéristiques d'un engrenage à denture interne⁴

⁴ Source : ISO 53 :1998 – Engrenages cylindriques de mécanique générale et de grosse mécanique (tracé de référence).

2.2. Conception de la pièce

La développante de cercle

Après l'établissement des diamètres caractéristiques (d , d_b , d_a et d_f), l'étape suivante consiste à créer la développante de cercle dont les équations paramétriques s'écrivent :

$$x = \frac{d_b}{2} (\cos(t) + t \cdot \sin(t))$$

$$y = \frac{d_b}{2} (\sin(t) - t \cdot \cos(t))$$

où t est un paramètre qui varie dans l'intervalle $[t_1, t_2]$. Il permet de faire varier la longueur de courbe.

Esquisse

Une fois que la développante de cercle est définie, il ne reste plus qu'à reporter tous les diamètres respectifs ainsi qu'à appliquer les opérations successives de transformation de l'esquisse de base (fig. 3). À l'issue de ce processus de conception, le modèle final (fig. 4) est prêt à être transféré vers le logiciel ANSYS de calcul par EF. Notons au passage que le modèle a été simplifié en raison des nombreuses symétries et répétitions qui y sont présentes (fig. 1).

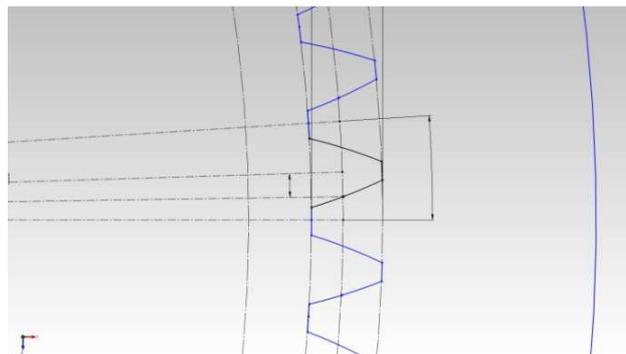


Figure 3 : Zoom sur l'esquisse finale avant l'extrusion

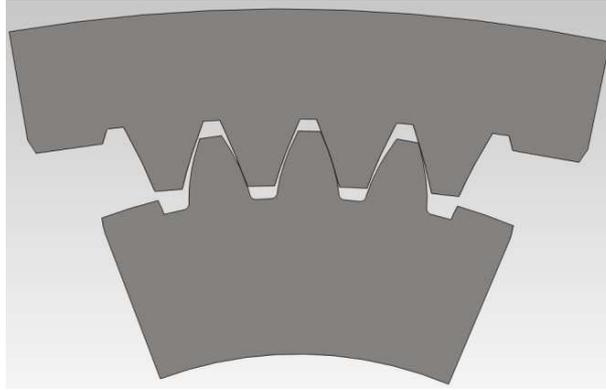


Figure 4 : Modèle final

3. Identification des cas de charges

La détermination des cas de charges est une des étapes les plus cruciales d'un processus de simulation numérique. En effet, l'apparition de contraintes mécaniques de tout type (compression, traction, flexion ou torsion) résulte de l'application de cas de charges particuliers relatifs à différentes conditions extérieures au système à analyser. La tentation serait de maximiser le chargement afin de dimensionner un élément. Cependant, le surdimensionnement induit des coûts élevés de fabrication.

À l'inverse, sous-dimensionner une structure risquerait de fournir des résultats trop optimistes et donc d'exposer le système à une éventuelle ruine en cas de chargement extrême.

En ce qui concerne l'identification des cas de charges appliqués aux éoliennes, leur difficulté de détermination est liée au comportement irrégulier du vent soufflant sur les pales et l'ensemble de la structure (tour et nacelle). En effet, le vent présente les caractéristiques d'un mouvement turbulent (ex. : rafales de vent) et de variation aléatoire dans le temps et dans l'espace. Par conséquent, il est assez difficile de définir des cas de charges suffisamment précis en l'absence d'un code de simulation.

Afin de remédier à cette problématique majeure, des normes et des standards sont mis à notre disposition. Ces derniers proposent des méthodes de conception de cas de charges suffisamment fidèles à la réalité. Elles

tiennent compte de l'ensemble des causes pouvant constituer une charge pour la structure ainsi que les manières de les traiter.

Sur base des procédures existantes l'organisme américain NREL a, en conséquence, déterminé les charges agissant sur l'arbre d'entrée de la boîte de vitesses. Ce document [6] propose également une simulation des cas de charges avec notamment la publication des résultats des efforts (F_x , F_y , F_z , M_x , M_y et M_z) au niveau de l'arbre principal (fig. 5).

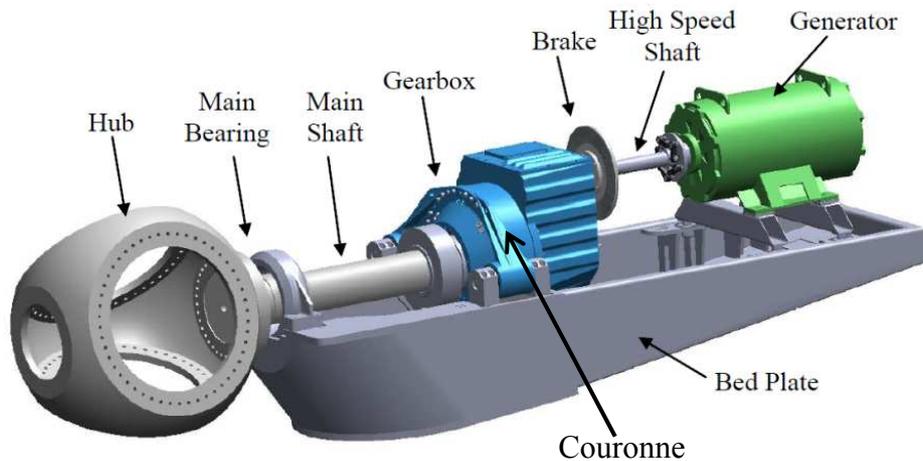


Figure 5 : Contenu de la nacelle d'une éolienne de 750 kW [6]

3.1. Cas le plus critique

Après étude des cas de charges générés par le code de calcul FAST⁵, il en ressort que le cas le plus défavorable est celui présentant le couple M_x le plus important, à savoir 401 kN.m.

Extrema	DLC ⁶	F_x [kN]	F_y [kN]	F_z [kN]	M_x [kN.m]	M_y [kN.m]	M_z [kN.m]
M_x MAX	1.3	143	10,8	-115	401	460	398
M_x MIN	1.3	-21,6	-12,6	-142	-19,2	-400	-443

Tableau 3 : Matrice simplifiée des cas de charges

⁵ Il s'agit d'un code de calcul utilisé par NREL [6] afin de générer des cas de charges.

⁶ "Design Load Case", il s'agit de la notation adoptée par NREL [6].

3.2. Transmission des efforts

Afin d'appliquer les conditions aux limites (force ou couple) sur le modèle simplifié, il faut connaître la manière dont les efforts se transmettent depuis le couple d'entrée au niveau de l'arbre principal jusqu'aux forces agissant à la ligne de contact entre la dent de la couronne et celle de la planète. Pour cela, il faut établir toutes les équations successives. Par souci de simplicité, seuls les résultats finaux seront énoncés.

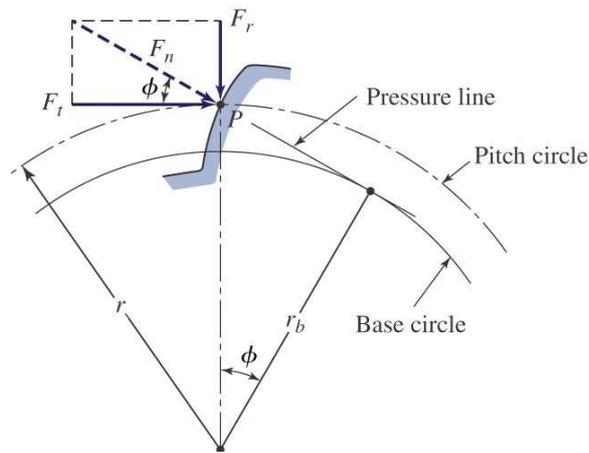


Figure 6 : Forces agissant sur une dent⁷

Équations caractéristiques

$$F_t = \frac{2}{3} \frac{T_{in}}{d_2 + d_1} = \frac{2}{3} \frac{402}{0,99 + 0,21} = 223 \text{ kN}$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos(\alpha)} = \frac{223}{\cos(20^\circ)} = 237 \text{ kN}$$

$$F_r = F_t \cdot \tan(\alpha) = 223 \cdot \tan(20^\circ) = 81 \text{ kN}$$

où T_{in} est le couple d'entrée de la boîte de vitesses, d_1 et d_2 les diamètres de référence respectifs du satellite et de la couronne.

⁷ Source : internet sans spécification des références.

4. Evaluation des contraintes par voie analytique

4.1. Contrainte de contact (Hertz)

Lorsque deux surfaces courbes entrent en contact (fig. 7), une contrainte provoque une déformation de la surface commune suite aux charges en présences. La contrainte en question est appelée contrainte superficielle de Hertz σ_H . Elle est fonction des rayons de courbure (ρ_1 et ρ_2), de la charge appliquée (F_t) ainsi que des caractéristiques élastiques des matériaux (E_1, E_2, ν_1, ν_2). Cette théorie sera donc appliquée au problème de contact entre la dent de la couronne et celle de la planète.

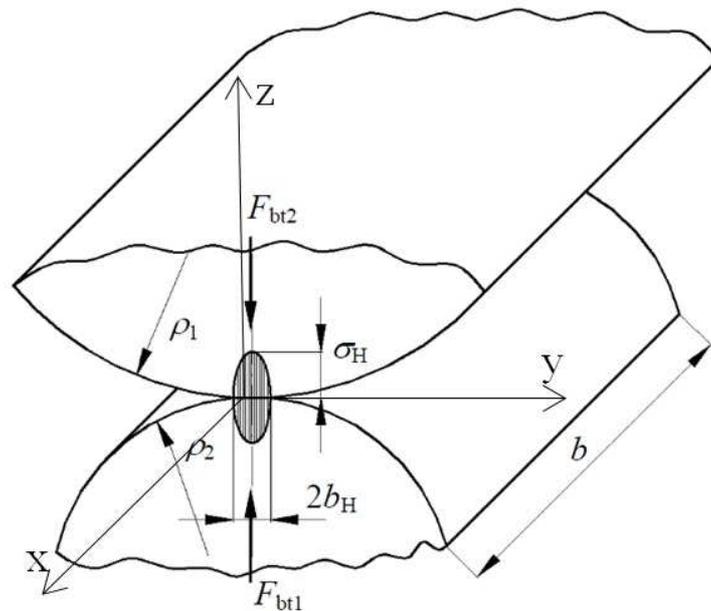


Figure 7 : Contrainte de contact entre deux cylindres [5]

Méthode ISO

Afin d'assurer la résistance à la pression de contact maximale (piqûre), de nombreux paramètres ont été ajoutés à la formule de base démontrée par Hertz. En supposant que l'évaluation de la contrainte maximale se fasse par la norme ISO 6336-2, l'expression de celle-ci est donnée par

$$\sigma_{H\ MAX} = Z_H Z_E Z_\beta Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_t}{d_1 2b_h} \frac{u-1}{u}} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}$$

Symbole	Description	Valeur
σ_H	Contrainte de contact [MPa]	/
K_A	Facteur d'application	1
K_V	Facteur dynamique	1
$K_{H\beta}$	Facteur de répartition longitudinale de la charge	1
$K_{H\alpha}$	Facteur de répartition frontale de la charge	1
Z_H	Facteur géométrique	2,46
Z_E	Facteur d'élasticité (du matériau)	190,44 $\sqrt{N/mm^2}$
Z_ε	Facteur de conduite	0,86
Z_β	Facteur empirique d'inclinaison de la denture	1
F_t	Force tangentielle	2,23e5 N
d_1	Diamètre du pignon (planète)	390 mm
b_h	Demi-largeur de la face de contact	75 mm
u	Rapport de réduction	-2,54

Tableau 4 : Valeurs des facteurs⁸ intervenant dans la formule de calcul de $\sigma_{H\ MAX}$

Calcul

$$p_{max} = \sigma_{H\ MAX} = 2,46 \cdot 190,44 \cdot 1 \cdot 0,86 \sqrt{\frac{2,23e5}{390 \cdot 150} \frac{-2,53 - 1}{-2,53}}$$

$$p_{max} = 929,17 \text{ N/mm}^2$$

Pour que la résistance à la pression de contact (piqûre) soit assurée, il faut que la contrainte dans la matière (en zone de contact) soit inférieure à p_{max} .

⁸ Les différents facteurs se trouvent dans des tables et graphiques provenant de la norme NF ISO 6336-2 – Calcul de la capacité de charge des engrenages cylindriques à dentures droite et hélicoïdale – Partie 2 : Calcul de la résistance à la pression de contact (piqûre).

Pour vérifier cela, les résultats obtenus par les EF seront comparés avec p_{max} .

Par ailleurs, la valeur maximale de la contrainte équivalente de Von-Mises en l'absence de frottement⁹ est donnée par

$$\sigma_{VM MAX} = 0,57 \cdot p_{max} = 529,53 \text{ N/mm}^2$$

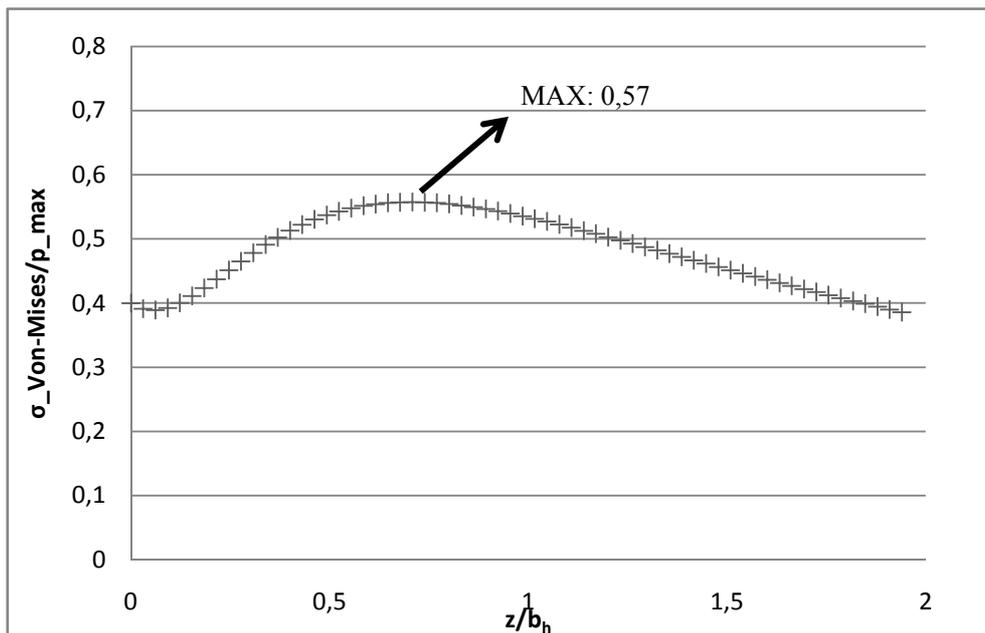


Figure 8 : Évolution de la contrainte équivalente de Von Mises en fonction de l'axe de symétrie z (pour $\mu=0$)

4.2. Contrainte de flexion (Lewis)

Dans les systèmes d'engrenages, il existe également le mode de rupture par flexion. En effet, lorsque les dents sont soumises à un chargement afin de transmettre l'effort, il y a automatiquement apparition de contraintes de flexion à la base de la dent. Dépasser la contrainte limite peut provoquer la plasticité voire la rupture. Afin d'évaluer la valeur approximative de cette contrainte, Lewis a introduit une méthode analytique basée sur l'analogie de la poutre soumise à flexion.

⁹ L'absence de frottement fait partie des hypothèses de modélisation.

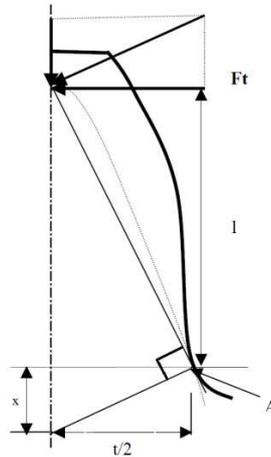


Figure 9 : Schéma du profil d'une dent aux dimensions caractéristiques

Arrivé à une première approximation de la contrainte de flexion, Norton a par la suite ajouté d'autres facteurs (paramètres d'application, de taille, de distribution de charges, etc.) afin d'approcher au mieux la réalité. L'expression finale est donnée par la formule suivante

$$\sigma_f = \frac{F_t}{bYm} \frac{K_a K_m K_s}{K_v K_x}$$

Symbole	Description	Valeur
F_t	Force tangentielle transmise	2,23e5 N
b	Epaisseur de la couronne	150 mm
Y	Facteur géométrique	0,45
m	Module	10 mm
K_a	Facteur d'application	1
K_m	Facteur de distribution de charges	1,19
K_s	Facteur de taille	1,2
K_v	Facteur dynamique de vitesse	1
K_x	Facteur de type	1

Tableau 5 : Valeurs des facteurs¹⁰ intervenant dans la formule du calcul de σ_f

¹⁰ Les différents facteurs se trouvent dans des tables et graphiques provenant de la norme américaine AGMA [1].

Calcul

$$\sigma_f = \frac{2,23e5}{150.0,45.10} \frac{1.1,19.1,2}{1.1} = 471,77 \text{ N/mm}^2$$

5. Evaluation des contraintes par les EF**5.1. Remarques générales**

La méthode des EF consiste à résoudre un système d'équations de type

$$KU = F$$

où K est la matrice des rigidités de l'ensemble de la structure, U la matrice des déplacements et F la matrice des forces agissant sur la structure.

Cette simulation obéit donc à une relation linéaire avec la matrice K supposée constante (connue). Cependant, les problèmes de contact sont fréquemment non-linéaires, ce qui nécessite un traitement particulier dans la présente modélisation. En effet, dans la plupart des problèmes de contact, la zone de contact est une inconnue au départ d'une simulation. Par conséquent, une procédure itérative d'approximation linéaire (accompagnée de corrections)¹¹ est inévitable. Désormais, la matrice K (utilisée à l'itération i) est fonction de la matrice U (issue de l'itération i-1). La simulation s'arrête à partir du moment où le système tend vers l'équilibre.

5.2. Conditions aux limites

La couronne (engrenage à denture interne) verra son contour fixé comme en témoigne la figure 10. Pour créer un couple, il est possible d'appliquer une pression sur la face latérale de la planète. De plus, il faut également bloquer la surface concave inférieure de la planète (engrenage à denture externe) en libérant le déplacement tangentiel cylindrique. La pression qui doit être appliquée est de 35,3 MPa de sorte que la force résultante F_t au niveau du contact des dents soit équivalente à celle établie théoriquement au point 3.2.

¹¹ANSYS exploite entre autres la méthode de Newton-Raphson pour résoudre ce type de problème.

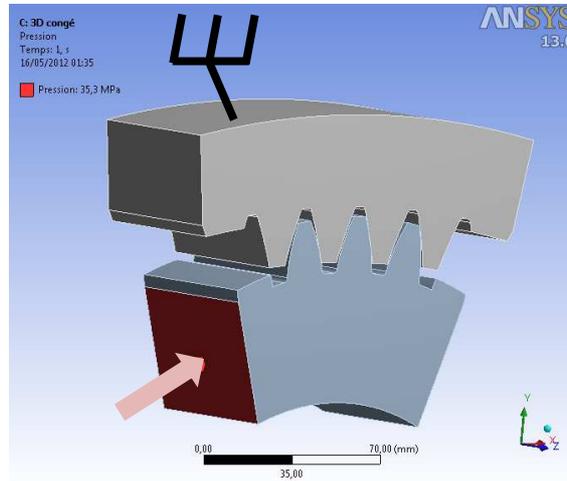


Figure 10 : Application des conditions aux limites

5.3. Maillage

Pour ce modèle, le maillage hexaédrique a été préféré au maillage tétraédrique étant donné la meilleure précision des résultats. Le maillage est uniforme partout hormis la zone de contact, où celui-ci a subi un raffinement, étant donné la nécessité d'avoir une valeur précise de l'évolution de la contrainte au point de contact (fig. 11). Cela est valable également pour la contrainte de flexion.

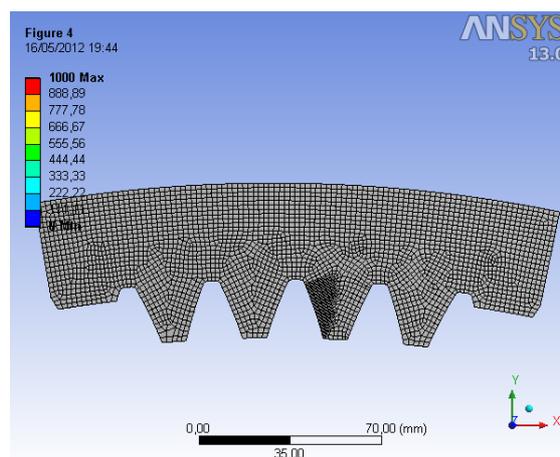


Figure 11 : Maillage du modèle

5.4. Résultats

La figure 12 reprend les valeurs de contraintes de contact (Von-Mises) et de flexion déterminées par voie analytique et celles évaluées par EF. S'en suivent ensuite les écarts relatifs entre les deux méthodes (tableau 6).

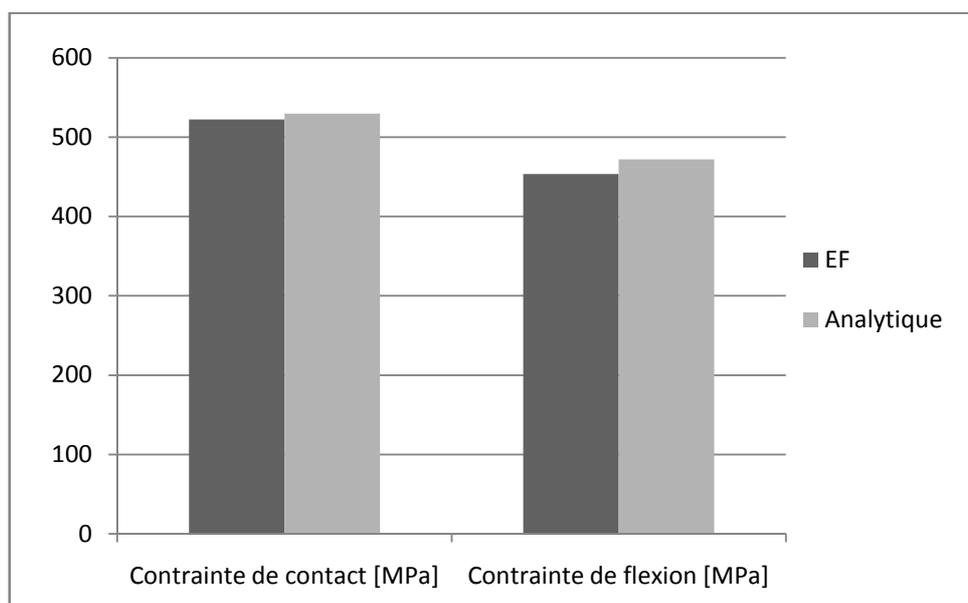


Figure 12 : Comparaison entre les contraintes déterminées par les EF et par voie analytique

	Analytique	EF	Ecart relatif
Contrainte de contact	529,53 MPa	522,12 Mpa	1%
Contrainte de flexion	471,77 Mpa	453,58 Mpa	4%

Tableau 6 : Différences entre la méthode des EF et la méthode analytique

Etant donné que la simulation s'effectue avec l'hypothèse d'un contact sans frottement, la répartition des contraintes est clairement symétrique (fig. 13). S'il avait été tenu compte du frottement, ce dernier aurait provoqué une

zone de cisaillement maximum se rapprochant ainsi de la surface et des bords du contact.

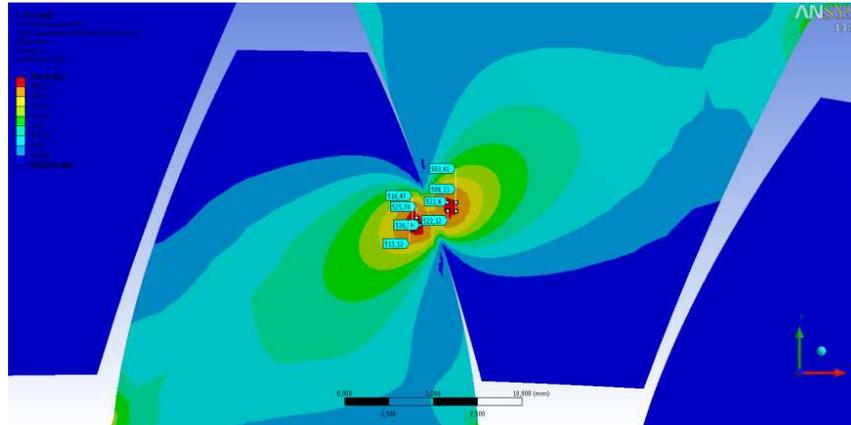


Figure 13 : Contrainte équivalente de Von-Mises au point de contact

Enfin, la contrainte équivalente de Von Mises par EF s'éloigne bien de la pression de contact maximale (piqûre) p_{\max} puisque

$$522,12 \text{ MPa} < 929,17 \text{ MPa}$$

6. Choix du matériau

6.1. Matériaux considérés

Une série de quatre matériaux à haute limite élastique est considérée. Ceux-ci présentent les mêmes caractéristiques d'élasticité (Module de Young E , coefficient de Poisson ν) (tableau 7) mais ils diffèrent par leur limite élastique R_e (tableau 8).

Module de Young [MPa]	2,1e5
Coefficient de Poisson	0,28
Masse volumique [kg/m ³]	7800

Tableau 7 : Caractéristiques élastiques des matériaux

Désignation	Code	Limite élastique R_e (ou σ_{lim}) [MPa]
14CrMoV6-9	1,7735	1034
31CrMoV9	1,8519	800,59
18CrNiMo7-6	1,6587	785,59
34CrNiMo6	1,6582	700

Tableau 8 : Limites élastiques des matériaux

6.2. Facteurs de sécurité sur les matériaux

En ce qui concerne la contrainte de Von Mises maximale en contact σ_{VM_MAX} , la condition à vérifier pour le matériau est la suivante :

$$S_H = \frac{\sigma_{H\ lim}}{\sigma_{VM\ MAX}} \geq S_{H\ min}$$

et de manière analogue pour la contrainte de flexion σ_f , il vient

$$S_f = \frac{\sigma_{f\ lim}}{\sigma_{f\ MAX}} \geq S_{f\ min}$$

où S_H est le coefficient de sécurité calculé de la contrainte de contact, S_f est le coefficient de sécurité calculé de la contrainte de flexion, $S_{H\ min}$ est le coefficient minimum de sécurité à respecter pour le contact de même que $S_{f\ min}$ pour la flexion. Enfin, σ_{VM_MAX} est la contrainte équivalente de Von Mises maximale au point de contact des dents, σ_{f_MAX} est la contrainte maximale au niveau de la zone touchée par l'effort de flexion.

Dans le cadre d'une analyse statique et non de fatigue, la norme européenne impose les coefficients de sécurité suivant :

$S_{H\ min}$	$S_{f\ min}$
1	1,4

Tableau 9 : Coefficients de sécurité sur les matériaux

Sur base des valeurs déterminées par les EF, les coefficients de sécurité sur les matériaux donnent

Désignation	Limite élastique [MPa]	S_H	S_f
14CrMoV6-9	1034	1,98	2,28
31CrMoV9	800,59	1,53	1,77
18CrNiMo7-6	785,59	1,50	1,73
34CrNiMo6	700	1,34	1,54

Tableau 10 : Valeurs des coefficients de sécurité déterminés

7. Commentaires

Tous les coefficients S_H sont supérieurs à la valeur minimale de même que S_f . Les exigences en terme de résistance des matériaux sont donc respectées en vertu des normes et des standards en vigueur. La nuance d'acier 34CrNiMo6 est suffisante pour le cas de charges considéré.

Par ailleurs, le constructeur peut, au cas où une réduction de poids de la couronne est souhaitée, opter pour une nuance d'acier de meilleure qualité. Pour cela, il convient d'évaluer l'économie de coût sur la réduction de poids et de la comparer avec l'accroissement de coût lié exclusivement à l'emploi d'un acier plus haut de gamme.

8. Conclusion

Rappelons que pour cette modélisation par EF, plusieurs hypothèses ont été émises :

- le chargement est appliqué lentement et de manière progressive jusqu'à l'intensité voulue. Les effets des forces d'inertie et d'amortissement sont donc négligés. Cela se traduit par un facteur de vitesse $K_v = 1$ dans la méthode analytique ;
- le contact est supposé être sans frottement ;
- choix d'une analyse statique linéaire du modèle (les matériaux étant caractérisés par de hautes limites élastiques, la contrainte équivalente maximale de Von-Mises ne dépasse jamais la zone linéaire) ;
- modélisation d'une couronne de boîte de vitesses d'éolienne produisant une puissance de 750 kW ;
- cas de charges pour une éolienne de 750 kW.

Les résultats analytiques valident les résultats issus des EF avec des écarts acceptables.

À l'avenir, il serait également intéressant de faire une analyse en fatigue. Cela permettrait de tirer les conclusions finales sur le choix du matériau le mieux adapté.

9. Sources

- [1] BUDYNAS, NISBETT, *Spur and Helical Gears, Shigley's Mechanical Engineering Design – Design of Mechanical Elements*
McGraw-Hill, 2008, pp. 711-758.
- [2] DOBRE, G., *Éléments de machines – Transmissions mécaniques*
2006, 146 p.
- [3] *Guidelines for the Certification of Wind Turbines*
Germanischer Lloyd WindEnergie, 2003.
- [4] KLENZ, S.R., *Finite Element Analyses of a Spur Gear Set*
M.Sc. Thesis, Dept. of Mechanical Engineering,
University of Saskatchewan, 1999.
- [5] MARKOVIC, K. FRANULOVIC, M., *Contact stresses in teeth due to tip relief profile modification*
Journal of Engineering Review, Vol.31, 2011, pp. 19-26.
- [6] OYAGUE F., *Gearbox Reliability Collaborative (GRC) Description and Loading*
NREL, 2011, 18 p.
- [7] ZEPING W., *Stresses and deformations in involute spur gears by finite element method*
2004, 96 p.