

# **Intérêt économique de l'analyse globale plastique sur l'étude et le dimensionnement de structures métalliques hyperstatiques selon l'EC3**

Ing. G. GEERTS  
Ing. J. BRONCKART  
ECAM – Bruxelles

*L'analyse globale plastique est peu utilisée dans le dimensionnement d'une structure métallique. Cet article présente le phénomène de la rotule plastique et explique les différentes méthodes d'analyse globale plastique selon l'Eurocode3. Les résultats du dimensionnement d'une structure simple obtenus par les deux méthodes, l'analyse globale élastique et l'analyse globale plastique, sont comparés. Cette comparaison est réalisée sur le poids total de la structure. Ensuite, deux logiciels sont comparés sur leur calcul en analyse globale plastique.*

*Mots clés : analyse globale, rotule plastique, Eurocode 3, SCIA, Robot Structural Analysis*

*Plastic global analysis is rarely used in the design of a metallic structure. This paper presents creating the plastic hinge and explain different methods of plastic global analysis according to Eurocode 3. Results of the design of simple structure obtained by both methods, elastic global analysis and plastic global analysis, are compared. That comparison is carried out on total structure weight. Then two software are compared on their calculation in plastic global analysis.*

*Keywords : global analysis, plastic hinge, Eurocode 3, SCIA, Robot Structural Analysis*

## 1. Introduction

Le calcul d'une structure se fait principalement en analyse globale élastique. Cet article porte sur l'utilisation de certaines méthodes d'analyse globale plastique proposée dans l'Eurocode 3 appliquées à des structures métalliques hyperstatiques.

Le dimensionnement en Etats Limites Ultimes des éléments obtenus via l'analyse globale plastique sera comparé aux résultats obtenus en utilisant la méthode classique, l'analyse globale élastique. Cette comparaison sera principalement axée sur le calcul du poids total de la structure et non sur leur coût de fabrication et de montage. L'impact du dimensionnement aux Etats Limites de Service ne sera pas oublié.

Pour finir, deux logiciels seront critiqués et comparés.

Les conditions de base de cet article sont les suivantes :

- Les structures étudiées seront dimensionnées en ELU et en ELS
- Les structures seront à deux dimensions et devront être hyperstatiques
- Les éléments composant les structures seront des profilés laminés à chaud de type IPE, HEA, HEB et HEM
- Le catalogue de profilés utilisé sera le Masquelier Aciers qui comprend les nuances d'aciers S235, S355 et S460

## 2. Comportement de l'acier

### 2.1. Essai de traction

L'essai de traction permet de connaître les propriétés mécaniques de l'acier, les plus importantes étant la résistance et la ductilité.

Cet essai est normalisé et consiste à tirer sur une éprouvette cylindrique de dimensions normalisées. Nous mesurons la force appliquée progressivement et l'allongement de l'éprouvette. Nous obtenons un diagramme contrainte-déformation. La figure ci-dessous montre ce diagramme **idéalisé** :

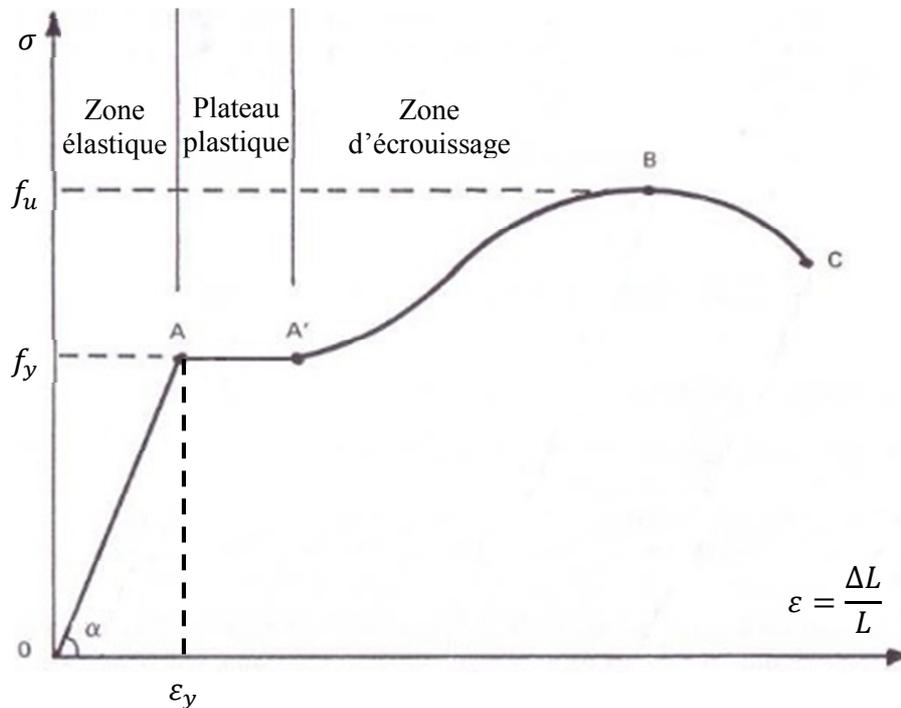


Figure 1 : Courbure idéalisée contrainte-déformation de l'acier doux

- Phase OA :

Cette première zone est la phase élastique. L'allongement relatif de l'éprouvette ( $\epsilon = \Delta L/L$ ) est proportionnel à la contrainte (donc force) appliquée. Cette phase est réversible, cela signifie que si nous supprimons l'effort de traction, l'éprouvette revient à sa longueur initiale.

- Phase AB :

Nous entrons dans le plateau plastique. Contrairement à la zone élastique, les déformations de cette phase ne sont plus réversibles. Cela signifie que si nous supprimons l'effort de traction, l'éprouvette conserve une déformation permanente appelée aussi déformation plastique.

- La zone AA' : zone nommée plateau plastique ou palier de

ductilité, l'allongement augmentant sans augmentation de la contrainte.

- La zone A'B : appelée zone d'écrouissage, la contrainte doit augmenter pour continuer l'allongement

- Phase BC

Dans cette dernière phase, nous dépassons la contrainte maximale ( $f_u$ ) : c'est le début de la phase de rupture. Dans cette phase, la section de l'éprouvette diminue de manière visible et localisée à l'endroit de la rupture : il y a striction de la section.

Grâce à cet essai, nous déterminons la limite d'élasticité ( $f_y$ ), la résistance ultime à la traction ( $f_u$ ) et le module d'élasticité longitudinale de l'acier (E).

Les caractéristiques mécaniques de l'acier sont données dans *la NBN EN 1993-1-1:2005, article 3.2.6.*

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| ○ Module d'élasticité longitudinale | $E = 210\ 000\ \text{N/mm}^2$                            |
| ○ Module de cisaillement            | $G = 81\ 000\ \text{N/mm}^2$                             |
| ○ Coefficient de Poisson            | $\nu = 0,3$  |
| ○ Coefficient de dilatation         | $\alpha = 12 \times 10^{-6}\ \text{par } ^\circ\text{C}$ |
| ○ Masse volumique                   | $\rho = 7850\ \text{kg/m}^3$                             |

## 2.2. Classification des sections transversales

La nuance d'acier intervient dans la classification, mais les éléments principaux sont les dimensions de la section transversale du profilé. Cette classification des sections transversales permet de déterminer si le voilement local survient avant ou après plastification de la section transversale.

Cette classification dépend uniquement de la répartition des contraintes normales sur la section transversale. Elle n'est pas affectée par les efforts tranchants.

Selon *la NBN EN 1993-1-1:2005, article 5.5.2.*, quatre classes sont définies de la manière suivante :

- Classe 1 : sections transversales dans lesquelles peut se former une rotule plastique pouvant atteindre, sans réduction de résistance, la capacité de rotation requise pour une analyse plastique.
- Classe 2 : sections transversales dans lesquelles peut se développer le moment résistant plastique, mais ne possédant pas une capacité de rotation suffisante, pour une analyse plastique, à cause du voilement local.
- Classe 3 : sections transversales dans lesquelles la fibre comprimée extrême peut atteindre la limite d'élasticité, mais pour lesquelles le voilement local est susceptible d'empêcher le développement du moment résistant plastique.
- Classe 4 : sections transversales dans lesquelles le voilement local se produit avant l'atteinte du moment élastique.

### 3. Rotule plastique

#### 3.1. Description

Dans une analyse globale plastique, une rotule plastique se crée dans la section transversale où toutes les fibres de cette section ont atteint la limite d'élasticité. Cela diminue le degré hyperstatique de la structure et engendre une redistribution des efforts internes. Si la charge continue de croître, d'autres rotules plastiques apparaîtront jusqu'à l'apparition d'un mécanisme de ruine, d'une instabilité statique (structure hypostatique). La structure sera alors considérée comme étant hors service.

Voici la différence entre le diagramme des moments fléchissant d'une analyse globale élastique et analyse globale plastique :

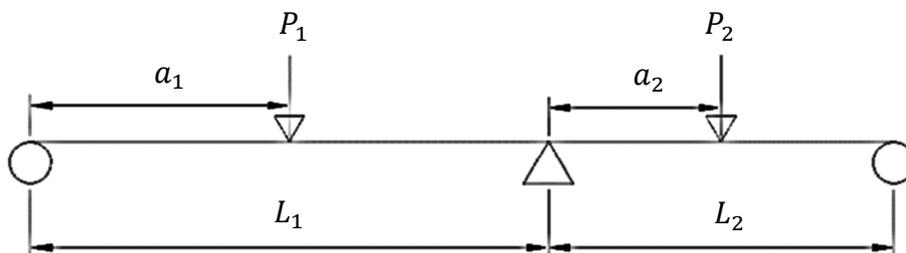
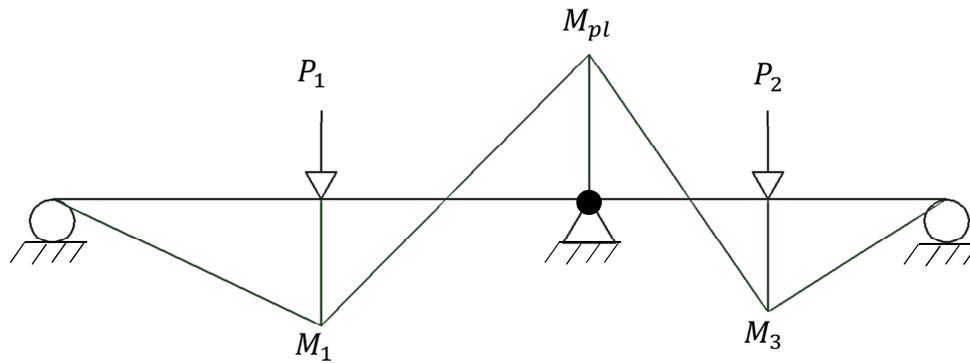


Figure 2: description de l'exemple

- Analyse globale élastique



Rem : Profilé de classe 1 ou 2.

Figure 3: Diagramme des moments fléchissant en analyse globale élastique.

- Analyse globale plastique

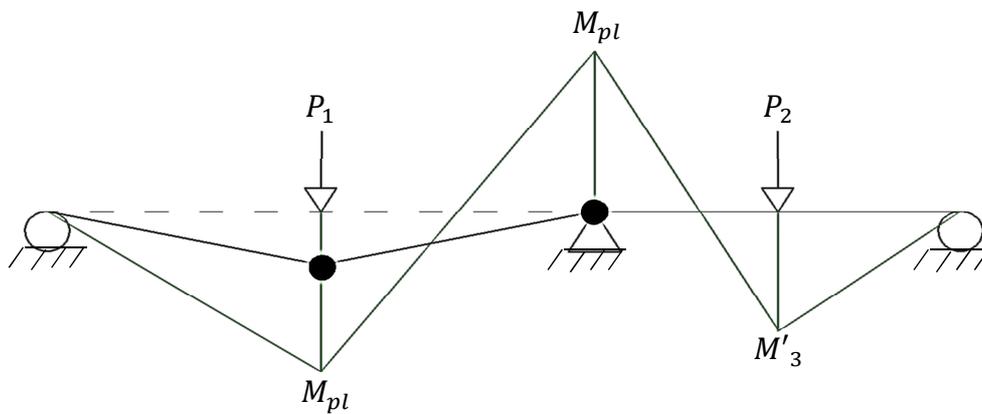


Figure 4: Diagramme des moments fléchissant en analyse globale plastique

● Représentation d'une rotule plastique

### 3.2. Moment plastique

Prenons une section transversale d'aire  $A$  bi-symétrique. Nous soumettons cette section à une flexion.

Tant que le moment appliqué sur la section ne dépasse pas le moment élastique ( $M_{el,y,Rd}$ ) de cette section, la contrainte et la déformation varient linéairement sur la hauteur de la section. Lorsque nous arrivons au moment élastique, la limite élastique est atteinte à la fibre la plus éloignée de l'axe neutre. Comme notre section est symétrique, la fibre supérieure et inférieure atteignent, en même temps, cette limite.

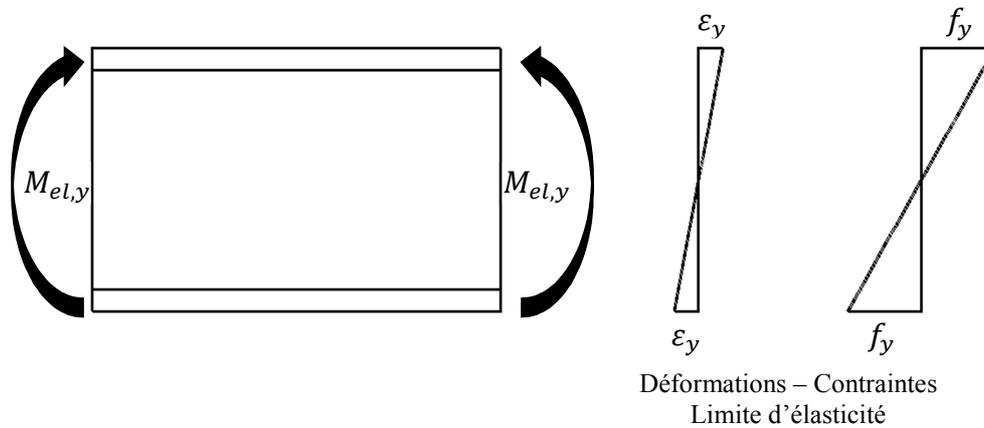
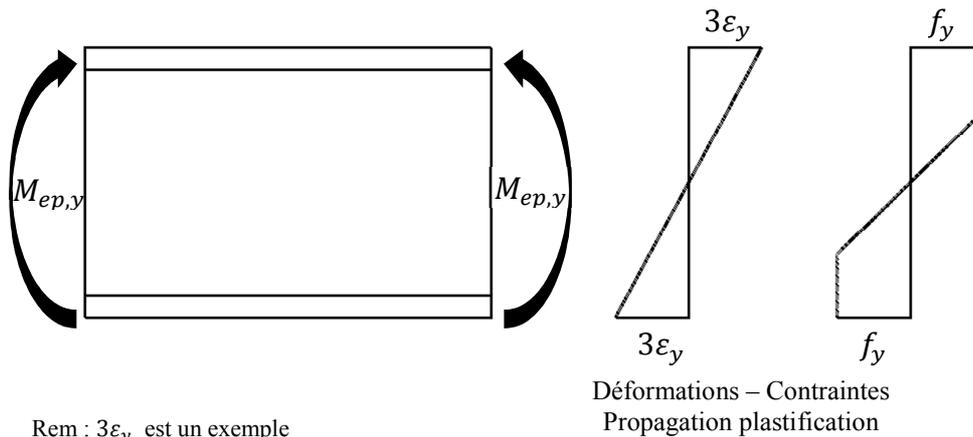


Figure 5: Déformation et contrainte dues au moment résistant élastique

$\epsilon_y$  est l'allongement de la fibre sous la limite d'élasticité.

Si le moment de flexion continue à croître, la déformation des fibres continue à augmenter et la plastification se propage des fibres extérieures vers l'intérieur de la section.



Rem :  $3\epsilon_y$  est un exemple

Figure 6: Déformation et contrainte lors de la plastification de la section

Nous atteignons le moment plastique lorsque la section est entièrement plastifiée.

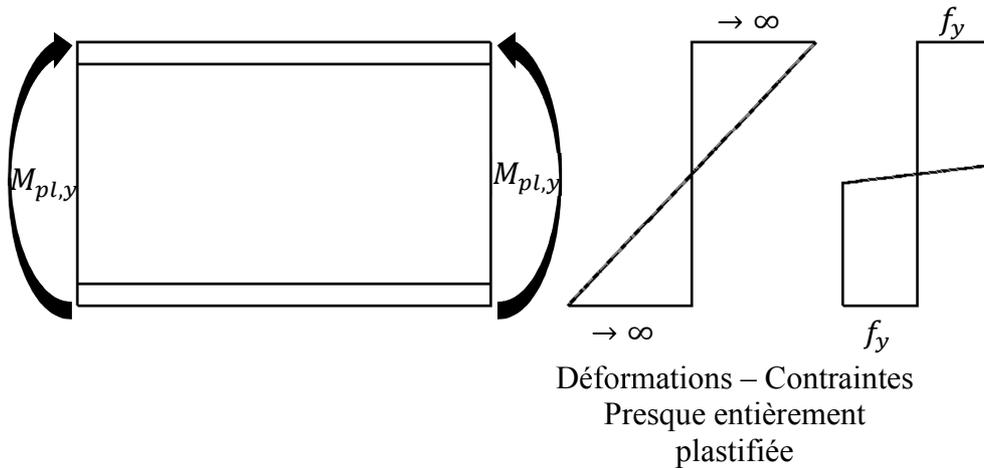


Figure 7: Déformation et contrainte lorsque la section est presque entièrement plastifiée

### 3.3. Gain du moment plastique

Le gain procuré par la redistribution plastique des contraintes dans la section est le rapport entre la valeur du moment plastique ( $M_{pl,y,Rd}$ ) et celle du moment élastique ( $M_{el,y,Rd}$ ). Ce rapport est appelé *facteur de forme* ( $k$ ), soit :

$$k = \frac{M_{pl,y,Rd}}{M_{el,y,Rd}}$$

La valeur du facteur de forme dépend énormément du type de section. Le gain moyen des différents profilés est pour un :

- |                     |             |                 |
|---------------------|-------------|-----------------|
| - IPE               | $k = 1,138$ | (gain de 13,8%) |
| - HEA               | $k = 1,114$ | (gain de 11,4%) |
| - HEB               | $k = 1,129$ | (gain de 12,9%) |
| - Rectangle (plein) | $k = 1,5$   | (gain de 50,0%) |
| - Cercle (plein)    | $k = 1,7$   | (gain de 70,0%) |

L'inverse de ce facteur de forme peut servir de mesure du rendement d'une section. Pour l'analyse globale élastique, le rendement idéal est 1. Pour une section en I ou H réelle, ce rendement est de l'ordre de 0,85. La suite de cette étude montrera l'avantage ou non que peut apporter l'analyse globale plastique pour ce type de section. Les sections disposant de plus de matière à « plastifier » proche de l'axe neutre disposent d'une réserve de résistance supérieure (un  $k$  plus grand).

### 3.4. Courbure de la poutre

La courbe de la section varie en fonction du moment appliqué. L'une des formules fondamentales de la Résistance des Matériaux est :

$$\Phi = \frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon}{z}$$

Où	$\Phi$	courbure de l'axe de l'élément
	$\rho$	rayon de courbure de la poutre
	$z$	distance d'une fibre par rapport à l'axe neutre
	$\varepsilon$	allongement de la fibre à distance $z$ de l'axe neutre

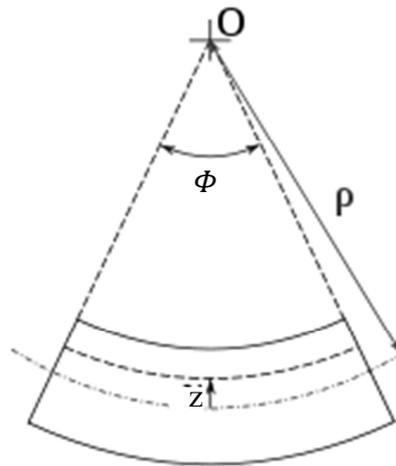


Figure 8: Courbure de la poutre

Cherchons la fibre de la section qui a un allongement de  $\varepsilon_y$  lors de la plastification de la section :

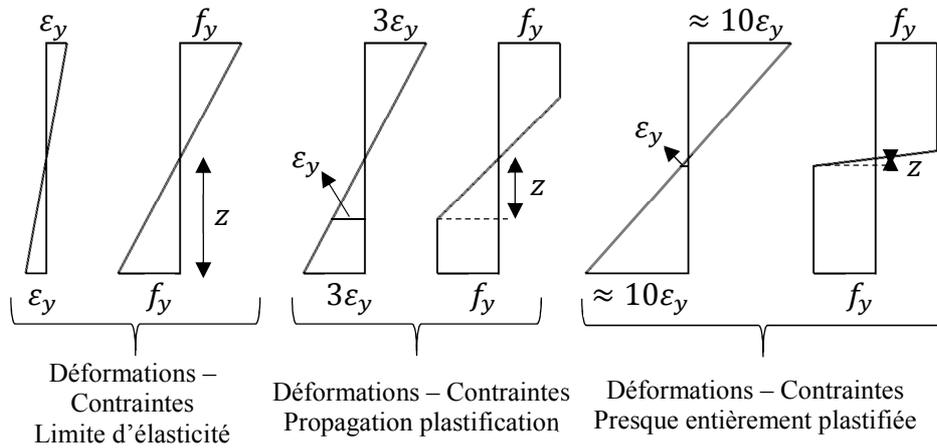


Figure 9: Distance entre l'axe neutre et la fibre d'allongement  $\epsilon_y$

La distance  $z$  diminue en fonction de la plastification, la courbure augmente ( $\Phi = \epsilon_y/z$ ), ce qui entraîne la rotule plastique.

Pour le profilé HEA 320, nous obtenons la relation moment-courbure suivante :

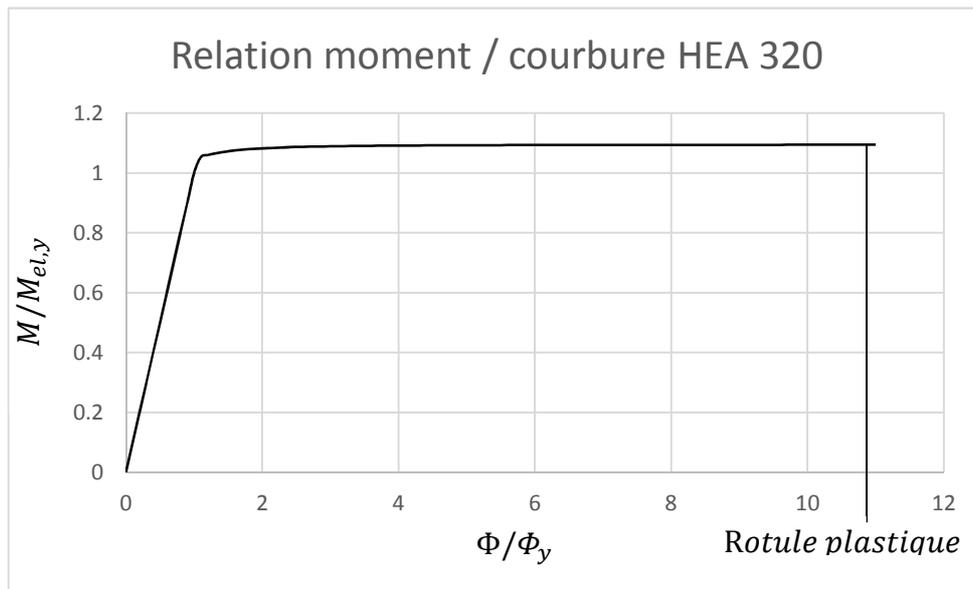


Figure 10: Relation moment-courbure HEA 320

Deux observations importantes sont à relever dans ce graphique :

- Pour atteindre le moment plastique de la section, une grande courbure est nécessaire. Donc, le matériau doit être ductile et la section de classe 1.
- La pleine plastification de la section ne peut être atteinte qu'à une courbure infinie, ce qui est impossible, nous nous rendons compte alors, que la plastification complète de la section est inatteignable.

Pour ce dernier point, l'écroutissement de l'acier doux se produit à environ  $10\varepsilon_y$ . A cette contrainte, nous atteignons 99.9% de la capacité du moment résistant plastique.

La capacité du moment plastique de la section est donc une bonne approximation de la capacité réelle du moment de la section.

### **3.5. Commentaire**

Une fois le moment plastique atteint, toute la section transversale est plastifiée. Si le matériau a un comportement parfaitement plastique, le module d'élasticité est nul dès que nous dépassons la limite élastique. Ce qui signifie que toutes les fibres se déforment sous contrainte constante, la section tourne sous ce moment plastique constant, d'où le terme « rotule plastique ».

Une fois que cette rotule plastique est formée, une rotule réelle est prise en compte dans la structure au niveau de la section plastifiée pour un chargement supplémentaire. La formation de cette première rotule plastique réduit le degré d'hyperstaticité de la structure d'une unité. Toute rotule plastique engendre le même phénomène.

La ruine de la structure apparaît dès que le nombre des rotules plastiques formées rend la structure hypostatique. Le nombre de rotules plastiques engendrant la ruine est égal au degré d'hyperstaticité de la structure augmenté de un. Exemple, pour une structure une fois hyperstatique, la formation de deux rotules plastiques entrainera sa ruine.

#### **4. Conditions requises pour l'analyse globale plastique**

Le comportement mécanique de l'acier n'est pas infiniment linéaire. L'hypothèse de plasticité parfaite, après l'atteinte de la limite élastique, revient à ignorer les effets de l'écroutissage, ce qui nous place du côté de la sécurité.

Afin de pouvoir utiliser l'analyse globale plastique, nous devons satisfaire les différentes conditions de l'Eurocode 3.

Selon la NBN EN 1993-1-1 :2005, article 3.2.2. l'acier doit satisfaire certaines conditions pour être utilisé dans l'analyse globale plastique. Ces conditions ne seront pas développées car toutes les nuances d'acier actuellement utilisées en construction métallique satisfont aux exigences de l'Eurocode 3.

Sur les sections transversales, plusieurs conditions sont imposées, mais voici les deux plus importantes :

- La section transversale doit être de classe 1.
- La stabilité au droit des rotules plastiques doit être assurée.

Le premier point est extrêmement important car la classification varie en fonction des profilés et des nuances d'acier.

#### **5. Méthodes d'analyse**

L'analyse globale plastique peut se faire suivant 3 méthodes d'analyse :

- méthode d'analyse rigide-plastique
- méthode d'analyse élastique-parfaitement plastique
- méthode d'analyse élastique-plastique ou élasto-plastique

##### **5.1. L'analyse rigide-plastique**

*L'article 5.2.1.4. de la NBN EN 1993-1-1 :1992* déclare à propos de l'analyse rigide plastique :

« Dans l'analyse rigide-plastique, les déformations élastiques des éléments et des fondations sont négligées et les déformations plastiques sont supposées être localisées dans les rotules plastiques. »

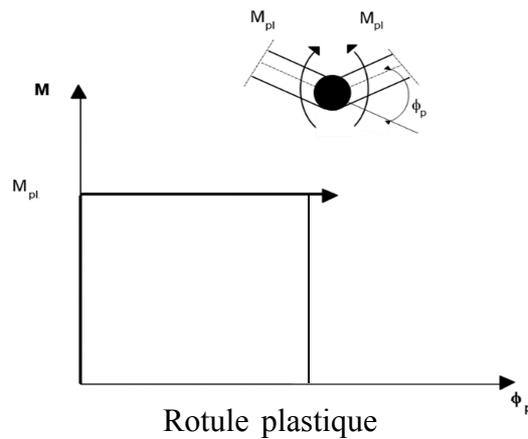


Figure 11: Diagramme moment-rotation pour l'analyse rigide-plastique

Cette analyse se focalise donc uniquement sur la résistance ultime. Cela permet un certain gain de temps et une certaine simplicité lors du calcul aux états limites ultimes par rapport aux méthodes d'analyse globale élastique. Aussi, la méthode plastique est insensible aux imperfections géométriques et mécaniques de la section transversale et de l'ossature (qui affectent seulement la distribution élastique des contraintes).

Cependant, si une vérification aux Etats Limites de Service est demandée (notamment un calcul de flèche), il faudra la compléter d'une analyse globale élastique. De plus, cette méthode n'est pas permise pour une **analyse du second ordre**<sup>1</sup>.

Hypothèses pour utiliser cette méthode :

- Il n'y a pas de modification du moment résistant plastique à cause du cisaillement ou des charges axiales.

<sup>1</sup> Analyse du second ordre : analyse dans laquelle la structure déformée influence les efforts internes.

- On ne tient pas compte des phénomènes d'instabilité.
- Toutes les charges augmentent proportionnellement.

Par le biais du principe des travaux virtuels et en connaissant la position des rotules plastiques à l'état de ruine, nous pouvons trouver la charge de rupture.

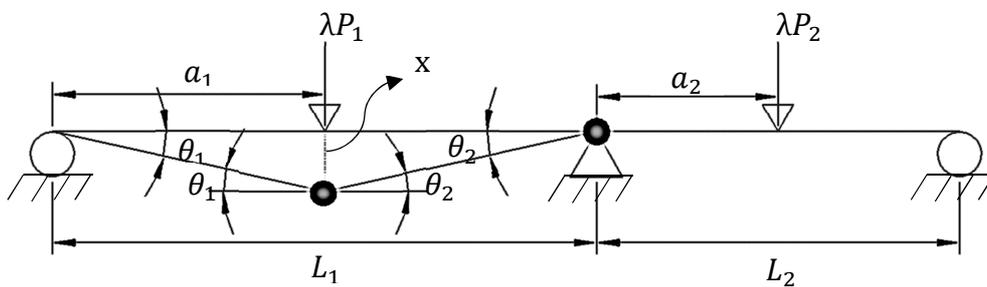


Figure 12: Exemple - Analyse rigide-plastique

$\lambda$  représente le facteur de charge. Il faut multiplier la charge  $P$  par  $\lambda$  pour connaître la charge de ruine de la structure.

## 5.2. L'analyse élastique-parfaitement plastique

L'analyse élastique-parfaitement plastique possède quelques améliorations par rapport à la méthode d'analyse rigide-plastique.

L'article 5.2.1.5. de la NBN EN 1993-1-1 :1992 déclare à propos de cette analyse :

« Dans l'analyse élastique-parfaitement plastique, il est supposé que la section transversale reste pleinement élastique jusqu'à ce que le moment résistant plastique soit atteint et qu'alors elle devienne pleinement plastique. Les déformations plastiques sont supposées concentrées dans les rotules plastiques. »

Les hypothèses utilisées sont pratiquement les mêmes que celles utilisées pour la méthode rigide-plastique avec comme ajout l'apparition des déformations élastiques dans la section transversale. Afin de permettre le calcul des rotations plastiques aux nœuds, il faut ajouter comme hypothèse

que le matériau et la section transversale soient élastiques-parfaitement plastiques.

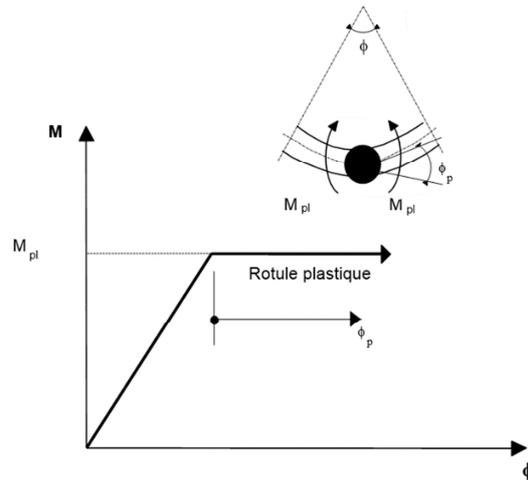


Figure 13: Diagramme moment-rotation pour l'analyse élastique-parfaitement plastique

Pratiquement, l'analyse élastique-parfaitement plastique est réalisée par la méthode pas à pas. Cette méthode de calcul se base sur l'apparition successive des rotules plastiques (par augmentation des charges) jusqu'à l'apparition de celle rendant le système hypostatique.

### 5.3. L'analyse élasto-plastique ou élasto-plastique

L'article, 5.2.1.4. de la NBN EN 1993-1-1 :1992 déclare :

« Dans l'analyse élasto-plastique, la relation bilinéaire contrainte – déformation peut être utilisée. Alternativement, une relation plus précise peut être adoptée. La section transversale reste pleinement élastique jusqu'à ce que la contrainte dans les fibres extrêmes atteigne la limite d'élasticité. Quand le moment continue de croître, la section cède graduellement au fur et à mesure que la plasticité se propage dans la section transversale et que les déformations plastiques s'étendent partiellement le long de l'élément.»

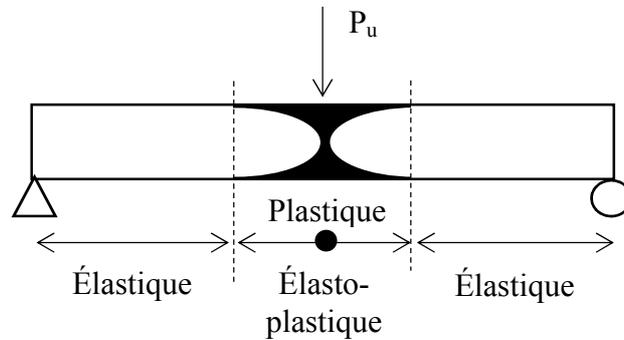


Figure 14: Progression de la plastification des fibres dans les sections transversales

La méthode élasto-plastique ne nécessite plus l'hypothèse du matériau élastique-parfaitement plastique. Désormais la relation moment-rotation n'est plus linéaire. Il faudra donc suivre une procédure itérative, et les limitations pour les analyses rigide-plastique et élastique-parfaitement plastiques n'ont plus lieu d'être.

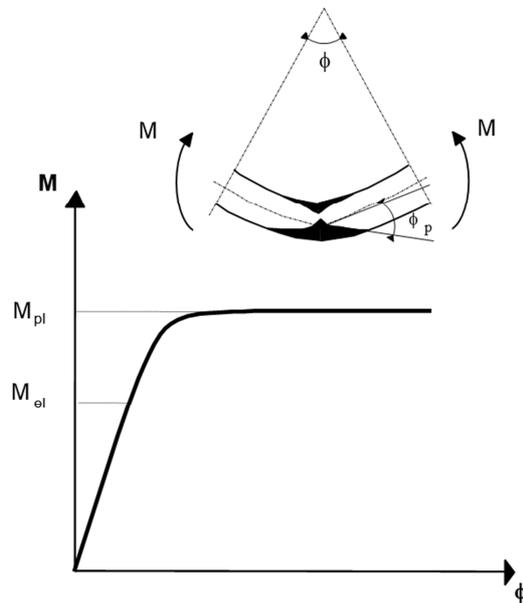


Figure 15: Diagramme moment-rotation pour l'analyse élasto-plastique

## 6. Résultats

L'exemple simple expliqué précédemment sera utilisé (point 3.1.). Les dimensions de la structure et les charges vont varier. Afin de réaliser rapidement une comparaison entre l'analyse globale élastique et l'analyse globale plastique, un tableur Excel a été créé.

Le programme prend en compte les points suivants :

- L'influence de l'effort tranchant sur le moment plastique. Après une première itération, si l'effort tranchant est trop grand, le tableur diminue le moment résistant plastique puis il recalcule.
- Le calcul à l'Etat Limite Service par vérification de la flèche verticale par l'utilisateur
- L'utilisateur peut changer la nuance d'acier.

Le gain de poids est le rapport de poids entre le profilé trouvé par l'analyse globale plastique et celui trouvé pour l'analyse globale élastique. Ce gain vaut :

$$\text{Gain poids} = \left(1 - \frac{\text{Poids}_{pl}}{\text{Poids}_{el}}\right) * 100$$

Ce rapport montre le gain de poids que peut apporter l'analyse globale plastique. Il peut être positif, nul ou même négatif :

- Le gain est positif si  $\text{Poids}_{pl} < \text{Poids}_{el}$ 
  - L'analyse globale plastique permet l'utilisation d'un profilé plus léger.
- Le gain est nul si  $\text{Poids}_{pl} = \text{Poids}_{el}$ 
  - L'analyse globale plastique ne permet pas d'utiliser un profilé plus léger. Si la flèche est dimensionnante, le gain sera nul.
- Le gain est négatif si  $\text{Poids}_{pl} > \text{Poids}_{el}$ 
  - L'analyse globale plastique impose un profilé plus lourd. Cela peut provenir d'un profilé appartenant à une classe autre que 1.

Voici les résultats obtenus. Les longueurs et les charges varient, mais la nuance d'acier reste du S235.

Sans vérification ELS		Avec vérification ELS	
HEA		HEA	
Gain total moyen	2,0 %	Gain total moyen	1,3 %
Pourcentage effectif	47,7 %	Pourcentage effectif	43,2 %
Gain effectif moyen	9,9 %	Gain effectif moyen	9,0 %
Pourcentage gain négatif	11,4 %	Pourcentage gain négatif	11,4 %

Tableau 1: Gain de poids analyse globale plastique - HEA

HEB		HEB	
Gain total moyen	4,5 %	Gain total moyen	2,8 %
Pourcentage effectif	34,6 %	Pourcentage effectif	25,0 %
Gain effectif moyen	13,0 %	Gain effectif moyen	11,2 %
Pourcentage gain négatif	0 %	Pourcentage gain négatif	0,0 %

Tableau 2: Gain de poids analyse globale plastique - HEB

IPE		IPE	
Gain total moyen	5,6 %	Gain total moyen	5,2 %
Pourcentage effectif	39,5 %	Pourcentage effectif	37,2 %
Gain effectif moyen	14,1 %	Gain effectif moyen	14,0 %
Pourcentage gain négatif	0 %	Pourcentage gain négatif	0,0 %

Tableau 3: Gain de poids analyse globale plastique - IPE

- **Gain total moyen** représente le gain moyen, en poids, de tous les cas étudiés pour un type de profilé.
- **Pourcentage effectif** montre la proportion des cas étudiés où le gain est positif (l'analyse globale plastique est utile).
- **Gain effectif moyen** représente le gain moyen dans le cas où le gain est positif
- **Pourcentage gain négatif** représente la proportion des cas étudiés où le gain est négatif.

Seuls les HEA peuvent avoir un gain négatif. Cela s'explique par le fait que les profilés HEA possèdent «une plage» de classe 2 pour un acier S235 (HEA260, HEA280 et HEA300) que nous ne pouvons pas utiliser en analyse globale plastique. Par contre, 43,2% des essais donnent un gain positif. Le gain de poids effectif est de l'ordre de 9,0%. Si nous regardons le gain total moyen, nous avons seulement une diminution de 1,3% du poids. Ce pourcentage est faible car nous avons du gain négatif.

Pour les HEB et IPE, pas de gain négatif car tous les profilés sont de classe 1 en acier S235.

Contrairement aux HEA, les HEB ont un pourcentage effectif de seulement 25,0% avec un gain effectif moyen de 11,2%. Donc, il serait logique de penser que les HEA apportent un meilleur gain, mais pour le gain total moyen est de 2,8%, soit 1,5% plus haut que les HEA. Cela provient du fait que les profilés HEB sont tous de classe 1 en acier de nuance S235 contrairement aux HEA.

Les IPE obtiennent le meilleur gain total moyen avec 5,2% (3,9% en plus que les HEA et 2,4% en plus de HEB).

La nuance d'acier reste S235 car avec une nuance S355 ou S460, le moment résistant augmente et donc nous pourrions prendre un profilé plus petit. Mais en choisissant un profilé à inertie plus faible, la flèche sera dimensionnante. Cela n'apporte plus de gain entre les deux analyses globales.

Les résultats ne prennent en compte que les petites portées (jusqu'à 6m) car le dimensionnement se fera de plus en plus par rapport à l'ELS et non plus à l'ELU. Malgré ce choix, en prenant en compte la flèche, nos gains totaux moyens diminuent, d'environ, 35% pour les HEA et HEB. Par contre, pour les IPE nous avons une diminution de seulement 7%.

## 7. Comparaisons de deux logiciels

Deux logiciels de calcul seront comparés, *SCIA Engineer*<sup>2</sup> et *Robot Structural Analysis*<sup>3</sup>. Cette comparaison a pour but de comparer les valeurs données par les logiciels en analyse globale plastique avec celles trouvées analytiquement. Voici la structure étudiée :

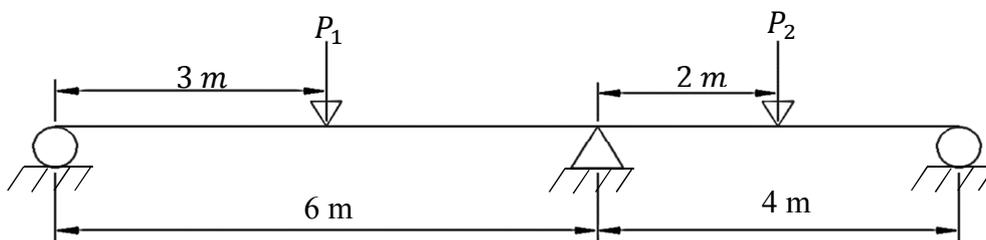


Figure 16: Données de l'exemple pour la comparaison logicielle

Le profilé est un HEA 180.

### 7.1. SCIA Engineer 2013

*Remarque : SCIA permet de ne pas tenir compte de l'influence des déformations dues à l'effort tranchant (même hypothèse que dans le calcul analytique).*

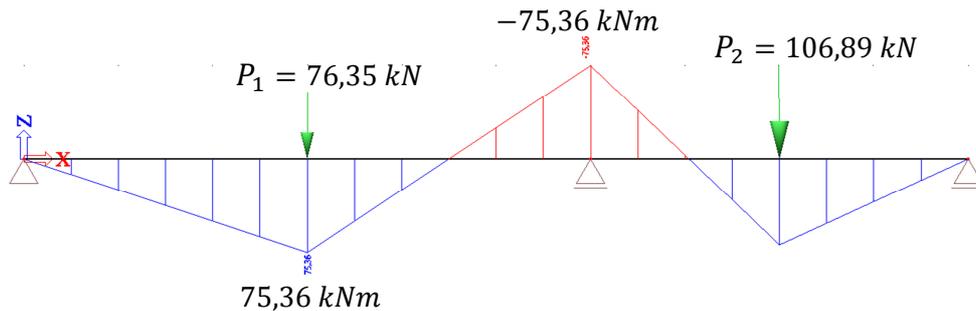
SCIA donne des résultats cohérents tant que nous ne dépassons pas la ruine de la structure. Il ne permet pas de trouver directement la charge de ruine de la structure mais une approximation plus ou moins éloignée en fonction des charges appliquées. Il faut donc mener une analyse globale plastique analytique avant ou procéder par tâtonnement.

Ce logiciel peut montrer la position de la rotule plastique ainsi que le facteur de charge. Mais cela n'est pas clairement noté, il faut passer par le contrôle de section.

<sup>2</sup> SCIA Engineer 2013 de Nemetschek

<sup>3</sup> Robot Structural Analysis de Autodesk

La structure est chargée pour atteindre sa ruine,  $P_1 = 76,35 \text{ kN}$  et  $P_2 = 106,89 \text{ kN}$ . Voici le diagramme des moments fléchissant obtenu :



Rem : valeurs pondérées. En non pondérées :

$$P_1 = 76,35/1,5 = 50,9 \text{ kN}$$

$$P_2 = 106,89/1,5 = 71,26 \text{ kN}$$

Figure 17: SCIA - Diagramme des moments fléchissant - Charge de ruine

Le moment plastique de la section n'est pas atteint (HEA 180 :  $M_{pl,y,Rd} = 76,35 \text{ kNm}$ ), mais se rapproche fortement, le résultat reste « correct ».

Par contre, quand le maillage augmente (longueur maximum d'un élément vaut 0,1m), SCIA donne des résultats incohérents. Pour le même cas de charge qu'au-dessus, voici le diagramme des moments fléchissant :

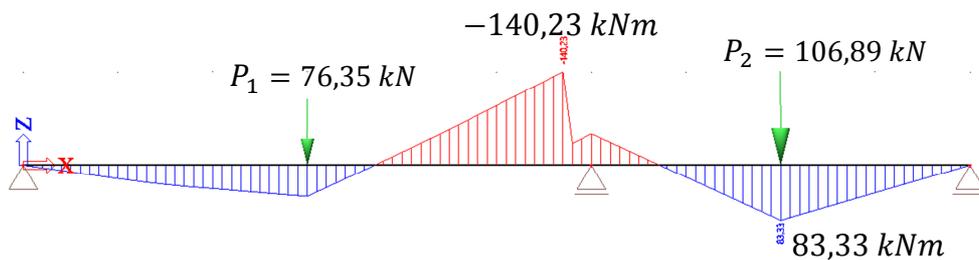


Figure 18: SCIA - Diagramme des moments fléchissant  
Charge de ruine - Maillage fin

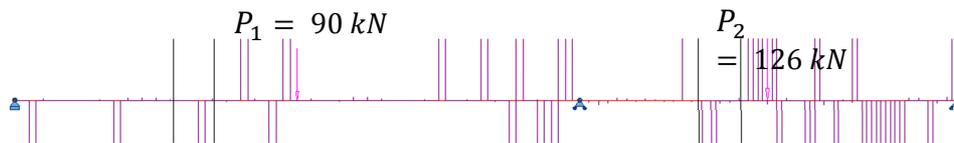
Ce phénomène est inexplicable car tous les calculs et paramètres sont dans une « boîte noire ».

## 7.2. Robot Structural Analysis

*Remarque : les déformations dues à l'effort tranchant ont été prises en compte. Cela peut-être une source de différence supplémentaire vis-à-vis du calcul analytique.*

Ce logiciel permet d'augmenter progressivement la charge et de montrer l'ordre d'apparition des rotules plastiques. Il donne aussi des résultats qui sont, dans l'ensemble, très corrects.

Le seul cas où le programme donne un diagramme des moments fléchissant incohérent, c'est quand la charge de ruine est fortement dépassée, mais le logiciel prévient qu'une erreur s'est produite. Voici ce diagramme :



Rem : valeurs pondérées. En non pondérées :

$$P_1 = 90/1,5 = 60 \text{ kN}$$

$$P_2 = 126/1,5 = 84 \text{ kN}$$

*Figure 19: Robot Structural Analysis  
Diagramme des moments fléchissant - Charge de ruine*

Malgré cette erreur, nous pouvons récolter des résultats très intéressants car le logiciel incrémente les charges. Nous allons analyser l'historique de plastification de la structure :

Cas/Pas	Coef.char.	Barre/Point	Coefficient de plastification	FX [kN]	MY [kNm]	S max [MPa]	S min [MPa]
1/ 147	0,74	1/extr. (2)	0,76	-0,09	-73,33	235,00	-235,00
1/ 147	0,74	2/orig. (2)	0,76	0,01	-73,33	235,00	-235,00
1/ 164	0,82	1/auto x=0,50	0,76	0,06	73,02	235,00	-235,00
1/ 164	0,82	1/auto x=0,50	0,76	-0,24	73,02	235,00	-235,00
1/ 170	0,85	1/auto x=0,48	0,76	-0,01	73,08	235,00	-235,00

*Figure 20: Robot Structural Analysis - Historique de plastification HEA 180*

Le coefficient de plastification nous informe sur le pourcentage de la section ayant atteint la plastification. Le logiciel Robot considère l'apparition d'une rotule plastique quand le coefficient de plastification atteint 0,76, pour notre profilé HEA180. Nous pouvons fixer ce paramètre à 1, mais la charge pour atteindre la plastification sera bien supérieure à la charge réelle. Nous gardons la valeur par défaut.

Comme nous montrent les deux premières lignes du tableau, la première rotule apparaît sur l'appui central. Le coefficient de charge nous permet de trouver la charge nécessaire à sa formation. La seconde rotule apparaît au milieu de la première travée (sous la charge  $P_1$ ). La position des rotules correspond à la théorie. Voici un tableau des différences entre les résultats analytiques et logiciels :

HEA180	Résultats Robot	Résultats Analytiques	Différences
$\lambda_u$	0,82	0,85	-3,53%
Charge 1 <sup>er</sup> rotule ( $P_{1,el}$ ) (kN)	$60 * 0,74 = 44,4$	46,48	-4,48%
Charge de ruine ( $P_{1,u}$ ) (kN)	$60 * 0,82 = 49,2$	50,9	-3,34%

Rem : valeurs non pondérées.

Tableau 4: Comparatif analytique/Robot Structural Analysis - HEA 180

Les différences restent acceptables vis-à-vis des résultats analytiques.

### 7.3. Comparaison

Robot permet de trouver facilement la charge de ruine d'une structure et il permet la localisation des rotules plastiques aussi que leur charge d'apparition.

Alors que dans le logiciel SCIA, il faut procéder à une analyse globale plastique analytique avant ou procéder par tâtonnement. Il a fallu trouver une astuce pour qu'il nous affiche la charge de ruine mais cette charge ne reste pas constante en fonction des cas de charges. Et quand nous dépassons la charge de ruine, aucun résultat ne peut être retiré.

## 8. Conclusion

Avant de dimensionner une structure en analyse globale plastique, il faut que celle-ci respecte les différents critères imposés par l'Eurocode 3. La nuance d'acier utilisée n'est pas un réel critère car toutes les nuances utilisées, pour l'instant, en construction métallique satisfont aux exigences de l'Eurocode 3. La classe de la section transversale doit absolument être de classe 1, sinon la rotule plastique ne peut pas apparaître ou ne possède pas une capacité de rotation suffisante. C'est le critère le plus important.

La méthode d'analyse rigide-plastique est très facile grâce aux travaux virtuels. Cette analyse permet de trouver rapidement, par calcul analytique, le facteur de charge, et donc, la charge de ruine d'une structure.

Le gain de poids obtenu en effectuant une analyse globale plastique ne dépend pas seulement de la structure, mais aussi des charges appliquées. L'exemple le montre bien, où, avec la même structure, nous obtenons des résultats très différents. L'analyse globale plastique permet, quand cela est possible, de diminuer d'un profilé. Donc, le gain de poids varie entre les différents types de profilés. Cette exemple a permis de remarquer que les profilés HEA sont moins performants que les autres dû à la plage de classe 2 (HEA260 ; HEA280 ; HEA300). Cette plage est plus grande si la nuance d'acier est S355 ou S460.

Dès que la portée devient grande, l'analyse globale plastique n'est plus intéressante. En effet, plus la portée est grande, plus la flèche sera dimensionnante. Le même constat est observé avec une nuance d'acier plus élevée que le S235. Risque de passer en classe 2 accrue et ces nuances plus élevées permettent de choisir un profilé plus petit, mais si, grâce à l'analyse globale plastique, nous prenons encore un plus petit, la flèche va fortement augmenter. Le constat est que le gain est nul si la flèche est dimensionnante.

Sur les deux logiciels comparés (SCIA Engineer et Robot Structural Analysis), l'un se démarque : Robot. Il permet de connaître la charge de ruine d'une structure, de voir l'évolution du moment en un point par rapport aux charges appliquées. Robot est moins « boîte noire » que SCIA. Mais nous ne connaissons pas le protocole de calcul effectué par ces deux logiciels.

J'attire votre attention que le cas traité ici est très simple. Dans la pratique, il est difficile de déterminer les mises en charges car nous sommes toujours confrontés à des charges variables dans le temps. Quand nous traitons un portique (plan ou spatial), avec des charges variables, il est très difficile de dire où apparaissent les rotules plastiques.

## 9. Sources

- [1] Dr. CAPRANI, C. *Structural Anlalysis III, Plastic Analysis 3rd Year Structural Engineering*  
Éd. 2010/11, 129p. (pages consultées : p11-24)
- [2] CEN, *NBN EN 1993-1-1. Eurocode 3 : Calcul des structure en acier – Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments (+ AC :2006 + AC :2009)*.  
BRUXELLES, 2005
- [3] GROUPEMENT DES MARCHANDS DE FER DE BELGIQUE, *Masquelier Aciers*  
Bruxelles, 1996.
- [4] MASSONNET, Ch. & SAVE, M. *Calcul Plastique des Constructions vol.1 : Structure dépendant d'un paramètre (deuxième édition)*  
Bruxelles, Centre Belgo-Luxembourgeois d'information de l'acier, 1967, 539p. (pages consultées : p31-55)
- [5] VANAUDENHOVE, C. *Constructions et charpentes métalliques 1<sup>ère</sup> partie vol. 1.*  
Bruxelles, 2010
- [6] VANAUDENHOVE, C. *Constructions et charpentes métalliques 2<sup>e</sup> partie vol. 1.*  
Bruxelles, 2010
- [7] *Les essais sur le matériau acier.*  
Adresse URL : <http://notech.franceserv.com/materiau-acier-essais.html>