

# Etude de la propulsion d'un drone

Ing. T. CRUL  
PIERRARD – Virton

*Cet article traite de la façon dont on peut dimensionner la propulsion d'un drone. Ce dimensionnement s'est fait avec les méthodes de Froude et Glauert en ce qui concerne les hélices.*

*Mots-clefs : propulsion, hélices, Froude, Glauert.*

*This article discusses how you can size the propulsion of a drone. This dimensioning is done with the methods of Froude and Glauert and as regards the dimensions of the propellers.*

*Keywords : propulsion, propeller, Froude, Glauert.*

## 1. Introduction

Cet article traite de plusieurs méthodes pour estimer les dimensions nécessaires à la propulsion d'un drone dans l'air.

Ces méthodes sont notamment :

- la théorie de Froude pour une hélice simple,
- la théorie de Glauert pour des hélices contrarotatives.

## 2. Étude de la propulsion

Pour estimer un dimensionnement correct de la propulsion d'un moteur en fonction de ses hélices, il faut évaluer la puissance mécanique nécessaire à la sustentation du drone dans l'air. Pour effectuer cette première estimation, on part de la théorie de Froude qui donne une puissance en fonction du rayon de l'hélice et de la masse à sustenter.

### 2.1. Théorie de Froude [1]

La théorie de Froude applique les lois de base de la mécanique des fluides (conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie) pour estimer les performances d'une hélice. C'est une analyse globale de l'hélice qui relie les vitesses d'écoulement à la poussée et à la puissance de celle-ci.

Cette théorie se base sur plusieurs hypothèses :

- L'hélice est considérée comme un disque composé d'une infinité de pales, accélérant uniformément l'air à travers lui sans perte de poussée sur les bords.
- L'énergie cinétique communiquée à l'air qui compose le sillage représente la puissance requise pour produire la poussée.
- Pour éviter les discontinuités de chaque côté du disque, on considère le disque comme infiniment fin.
- On suppose le fluide parfait et incompressible. Dans l'aéronautique, on peut considérer le fluide comme étant incompressible, mais seulement pour des vitesses inférieures à Mach 0,3 (Mach 1  $\approx$  340 m/s). Seulement, la vitesse en bout de pale peut aller jusqu'à 290 m/s. Ce phénomène doit être pris en compte si on veut effectuer une étude plus approfondie.
- On ne tient pas compte des pertes dues au profil et aux pales (pas de traînée).

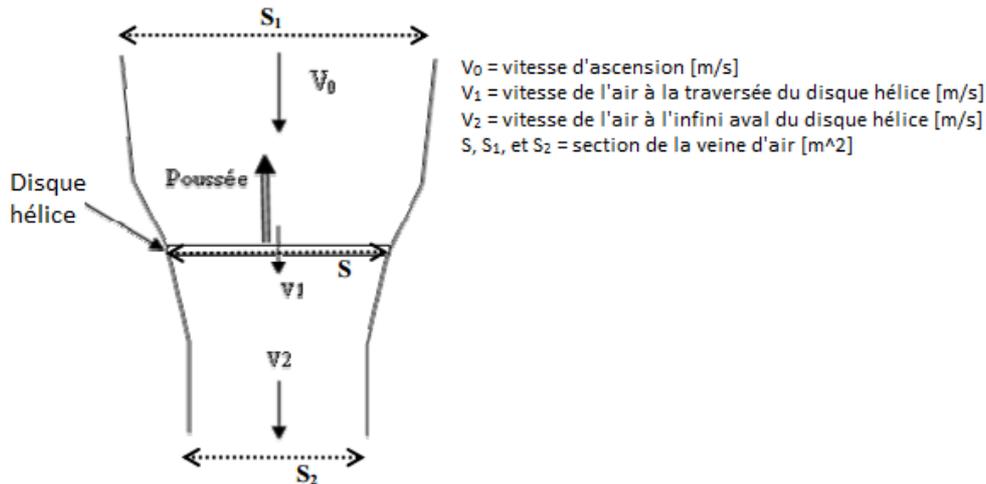


Figure 1 : Vitesses prises en compte dans la théorie de Froude

Lorsque l'hélice est en phase ascensionnelle, la vitesse axiale  $V_1$  de l'air accéléré à travers le disque de l'hélice est plus grande que la vitesse  $V_0$ . Si  $V_0$  devait atteindre la même vitesse que  $V_1$ , cela voudrait dire que l'hélice aurait atteint sa limite d'ascension, car elle ne parviendrait plus à accélérer l'air.

La conservation du flux d'air à travers la veine d'air donne (fig. 1):

$$S_1 V_0 = S V_1 = S_2 V_2 \quad (1)$$

Comme les vitesses  $V_0 < V_1 < V_2$  varient, il en résulte une variation des sections avec  $S_1 > S > S_2$ . Il est à noter que pour le vol stationnaire, on considère  $V_0$  avec une vitesse nulle.

### **Calcul de la vitesse induite et de la poussée en vol stationnaire**

L'hélice est conçue pour transmettre à l'aéronef une vitesse de déplacement en créant une force propulsive par variation de la quantité de mouvement de l'air qui la traverse.

On peut obtenir cette poussée (« thrust » en anglais)  $T$  (en Newton) à l'aide du débit massique  $\dot{m}$  [kg/s] de l'air traversant l'hélice et de l'écart de vitesse entre amont infini et aval infini du disque hélice (c'est la variation de quantité de mouvement) :

$$T = \dot{m}(V_2 - V_0) \quad (2)$$

On peut aussi calculer le débit massique à travers l'hélice :

$$\dot{m} = \pi \rho_{air} R^2 V_1 \quad (3)$$

Comme l'air traversant une hélice en rotation se fait aspirer par la partie supérieure de l'hélice, et repousser lorsqu'il se trouve dans la partie inférieure de l'hélice, on admet comme hypothèse que l'augmentation de vitesse à travers l'hélice se fait à moitié avant le disque hélice, et pour l'autre moitié après :

$$V_1 = \frac{V_0 + V_2}{2} \quad (4)$$

On obtient une poussée, qui est :

$$T = \pi \rho_{air} R^2 V_1 (2V_1 - 2V_0) \quad (5)$$

Pour le vol stationnaire, comme  $V_0 = 0$ , la formule se simplifier pour donner la vitesse dans le disque hélice :

$$V_1 = \sqrt{\frac{T}{2\pi \rho_{air} R^2}} \quad (6)$$

Par contre, lorsque l'hélice est en phase ascendante, il faut considérer une vitesse  $V_0$ . L'équation (5) permettant de déterminer  $V_1$  peut se réécrire sous la forme d'un polynôme de degré 2 :

$$2\pi \rho_{air} R^2 V_1^2 - 2\pi \rho_{air} R^2 V_0 V_1 - T = 0 \quad (7)$$

On calcule le discriminant :

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2\pi \rho_{air} R^2 V_0)^2 + 8\pi \rho_{air} R^2 T \quad (8)$$

On obtient  $V_1$  :

$$V_1 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2\pi \rho_{air} R^2 V_0 + \sqrt{(2\pi \rho_{air} R^2 V_0)^2 + 8\pi \rho_{air} R^2 T}}{4\pi \rho_{air} R^2} \quad (9)$$

### Charge alaire

La charge alaire ( $CA$ ) est le rapport entre le poids de l'aéronef et la surface portante  $S$ . Plus on augmente cette charge alaire, et plus on augmente la vitesse induite  $V_1$  nécessaire à la sustentation ainsi que la puissance idéale requise  $TV_1$ .

Il est donc fort intéressant de diminuer le plus possible  $CA$  et ainsi obtenir de bonnes performances de l'hélice en vol stationnaire. Pour diminuer  $CA$ , avec une charge donnée, cela revient à augmenter le rayon de l'hélice (voir figure 2).

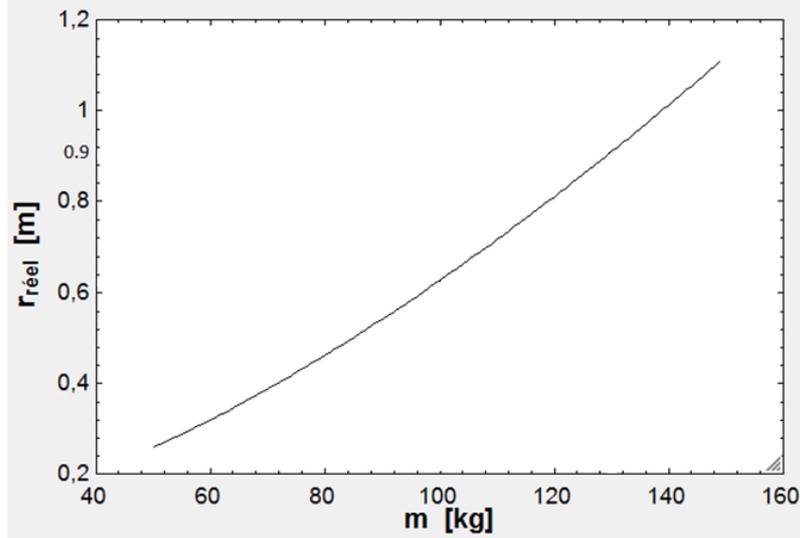


Figure 2 : Rapport entre la masse à sustenter et le rayon de l'hélice

### Calcul du facteur de mérite de l'hélice

Avec les hypothèses posées pour l'utilisation de Froude, on néglige beaucoup de facteurs qui peuvent provoquer des pertes de puissance en bout de pales (comme les pertes de traînée dues au profil, pertes de sillage, etc.). Ces pertes sont reprises, pour la plupart, sous le nom de « downwash » en terme anglais. La méthode utilisée ici est idéalisée. Pour se rapprocher du réel, un facteur de mérite est utilisé. Ce facteur de mérite représente le rendement d'une hélice.

On définit la puissance induite comme la puissance idéale requise pour produire une poussée :

$$P = TV_1 \quad (10)$$

Le facteur de mérite de l'hélice est le rapport de la puissance induite sur la puissance réellement consommée par l'hélice pour avoir une telle poussée en vol stationnaire :

$$M = \frac{TV_1}{P_{méca}} \quad (11)$$

$M$  est compris entre 0 et 1, avec 1 pour l'hélice idéale. Mais en général, les meilleures hélices ne dépassent pas 0,8. Ce facteur dépend du rayon du pas et du profil de l'hélice.

Pour les hélicoptères, le facteur de mérite varie entre 0,6 et 0,7. Avec ce facteur de mérite, on peut s'approcher de la puissance mécanique nécessaire. La figure 3 montre cette variation.

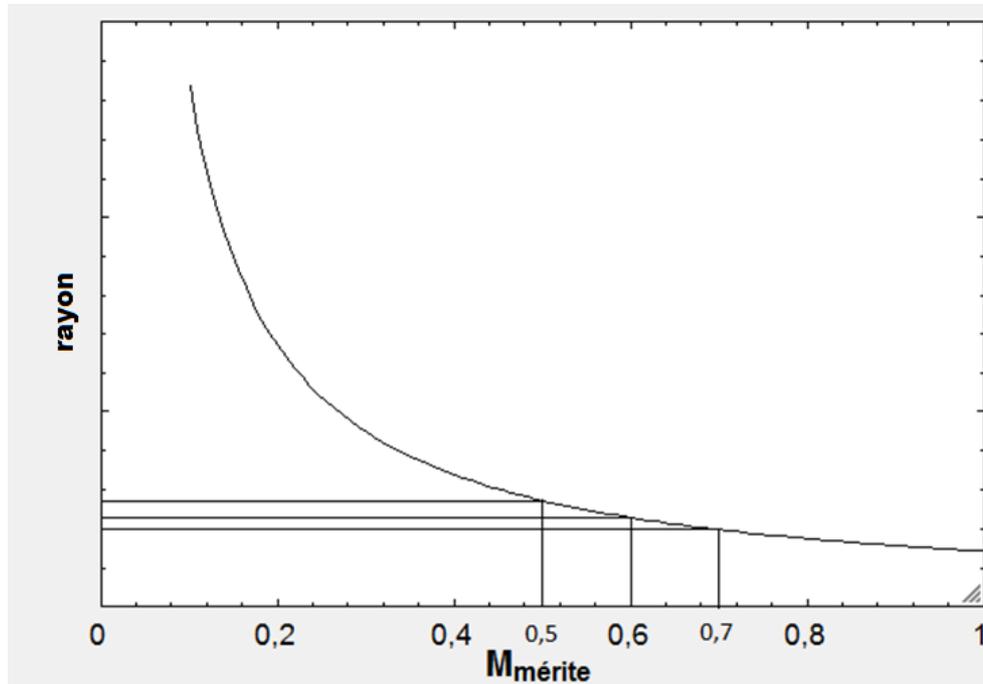


Figure 3 : Variation de la taille de l'hélice nécessaire en fonction du facteur de mérite

### **Calcul de la puissance mécanique à fournir pour pouvoir sustenter la masse du drone**

Pour le vol stationnaire, on utilise la poussée uniquement pour maintenir l'aéronef en équilibre dans l'air ; elle compense donc uniquement son poids :

$$T = mg \quad (12)$$

Pour le vol ascensionnel, il faut poser une accélération que l'on veut obtenir au décollage. Cette accélération s'additionne à l'accélération gravitationnelle (qui est de  $9,81 \text{ m/s}^2$ ) pour obtenir l'accélération ascensionnelle voulue.

En regroupant tous les termes, la puissance fournie à l'hélice par l'arbre moteur pour obtenir cette accélération s'exprime sous la forme :

$$P_{\text{méca}} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{m^3 g^3}{2\pi\rho_{\text{air}} R^2}} \quad (13)$$

Il ne faut pas oublier que la puissance mécanique calculée ici est la puissance à l'axe de l'hélice, et non la puissance du moteur. Pour calculer la puissance du moteur, il faut ajouter les pertes entre le moteur et l'hélice.

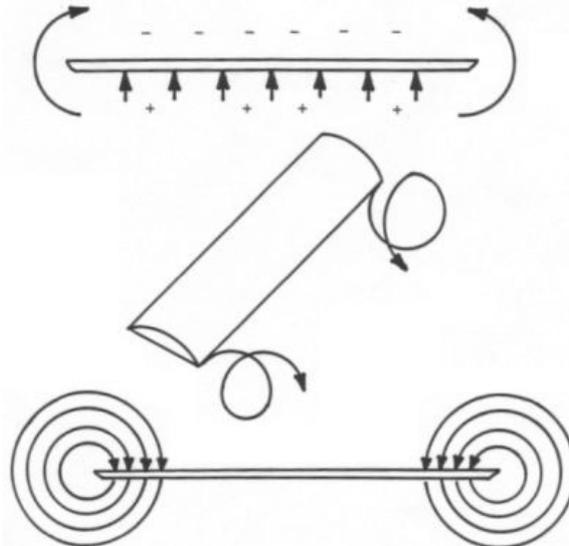


Figure 4 : Downwash sur des ailes d'avion [3]

#### **Calcul des turbulences en bout de pale**

Il est possible de tenir compte des turbulences en bout de pale en considérant qu'une partie de l'hélice proche du bord ne produit pas de traction. Ce phénomène appelé « downwash » est connu sur les ailes d'avions (figure 4), mais est aussi applicable pour des hélices (figure 5), qui sont en quelque sorte des ailes en rotation. Les calculs tiennent ainsi compte d'un rayon d'hélice plus petit dû à la réduction de portance de celles-ci, par un facteur correctif déterminé à l'aide de :

$$B = 1 - \frac{\sqrt{2C_T}}{b} \quad (14)$$

Avec  $b$  = nombre de pales.

Le rayon de la pale considérée devient :

$$R_{\text{théorique}} = BR_{\text{réel}} \quad (15)$$

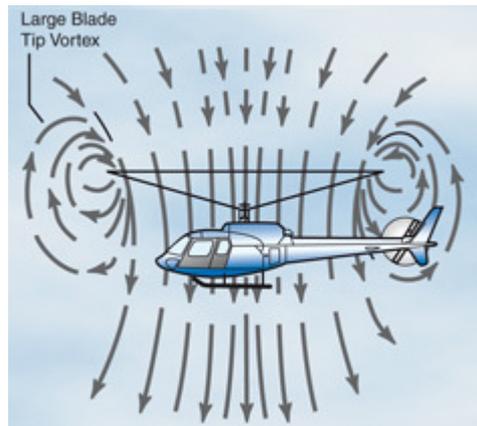


Figure 5 : Turbulences en bout de pales (downwash) [2]

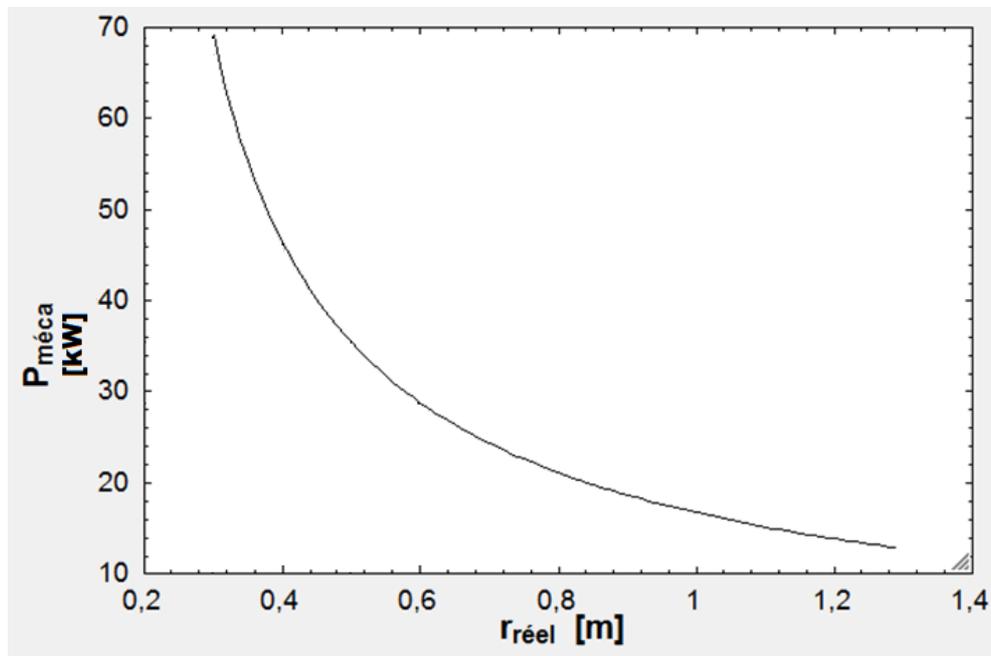


Figure 6 : Variation du rayon de l'hélice en fonction de la puissance nécessaire à la sustentation.

On obtient une nouvelle équation pour la puissance absorbée qui devient alors :

$$P_{méca} = \frac{1}{M} \frac{1}{B} \sqrt{\frac{m^3 g^3}{2\pi\rho_{air} R^2}} \quad (16)$$

On peut considérer cette puissance comme la puissance réelle nécessaire au bon fonctionnement de l'hélice. Cette puissance est en rapport direct avec le rayon de l'hélice, comme le montre la figure 6, pour un poids donné.

## 2.2. Théorie de Glauert [4]

La théorie de Glauert permet d'étudier des hélices en configuration contrarotative.

### *Améliorations apportées par un système contrarotatif [5]*

On obtient plusieurs avantages de cette configuration comparée à un rotor seul :

- diminution du diamètre pour un même point de fonctionnement,
- diminution de la vitesse de rotation pour un même point de fonctionnement pour un diamètre donné,
- augmentation des performances pour un débit, un diamètre et une vitesse de rotation donnés.

Le principal inconvénient d'une configuration comme celle-ci se trouve du point de vue mécanique au niveau de la complexité de la réalisation du mouvement contrarotatif. On observe aussi une augmentation du bruit due à la vibration engendrée par l'interaction des deux rotors.

La théorie de Glauert est basée sur les lois de la dynamique des fluides. Les lois de conservation de l'énergie sont appliquées à un volume de contrôle qui englobe la limite supérieure du premier rotor jusqu'à la limite inférieure du second rotor. La théorie de Glauert est une approche simple, donc on ne considère pas les pertes dues à la viscosité du fluide, le fluide est considéré comme incompressible. Les résultats sont tout à fait théoriques et les pertes sont considérées comme minimales.

Lors du dimensionnement d'un hélicoptère, on utilise la théorie de la quantité de mouvement simplifiée comme point de référence pour définir l'efficacité de fonctionnement d'un système rotor, et ainsi définir son coefficient de mérite. Dans le cas considéré, on pose un coefficient de mérite faible et on en déduit le diamètre des rotors nécessaire.

*Cas à prendre en compte dans l'étude*

*Deux rotors coaxiaux contrarotatifs et coplanaires [4]*

Cette étude se fait pour un cas purement théorique. En effet, elle considère deux hélices se trouvant dans un même plan et sur un même axe, ce qui est impossible à réaliser en réalité.

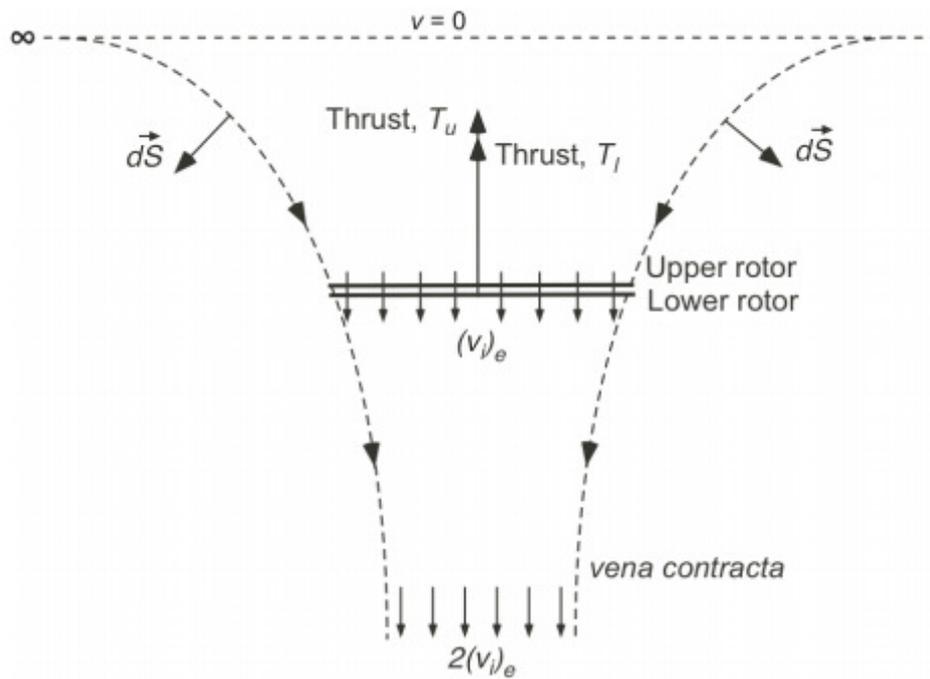


Figure 7 : Déplacement de la veine fluide dans un rotor

On considère les rotors étant suffisamment proches l'un de l'autre tel que chacun d'entre eux ait une force de traction équivalente (fig. 7) de telle sorte que :

$$T_u = T_l = T = \frac{W}{2} \quad (17)$$

Avec  $T_u$  = thrust upper rotor (poussée du rotor supérieur),  
 $T_l$  = thrust lower rotor (poussée du rotor inférieur), et  
 $W$  = poussée totale.

On considère les rotors du système fonctionnant individuellement, et donc isolés l'un de l'autre.

La vitesse induite efficace du double système rotor est donnée par :

$$(v_i)_e = \sqrt{\frac{W}{2\rho S}} \quad (18)$$

Avec  $(v_i)_e$  = vitesse induite efficace,  
 $\rho$  = masse volumique de l'air, et  
 $S$  = section du disque du rotor.

On peut désormais calculer la puissance induite totale :

$$P_i = 2T(v_i)_e = 2T \sqrt{\frac{2T}{2\rho S}} = \frac{(2T)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\rho S}} \quad (19)$$

En pratique, les deux rotors coaxiaux n'auront pas la même poussée. Cette poussée est fonction de la puissance de couple nécessaire pour que celle-ci soit égale et opposée pour chaque rotor du système. Cependant, dans le cas où les rotors sont suffisamment proches pour tourner dans le même plan avec une même puissance de couple, la poussée qu'exerce chaque rotor est égale. Voici les formules pour exprimer les puissances de chaque rotor :

$$P_u = T_u (v_i)_e \equiv T (v_i)_e = T \sqrt{\frac{2T}{2\rho S}} \quad (20)$$

$$P_l = T_l (v_i)_e \equiv T (v_i)_e = T \sqrt{\frac{2T}{2\rho S}} \quad (21)$$

On remarque que  $P_u = P_l = \frac{1}{2} P_i$ , ce qui montre bien que deux rotors coaxiaux et coplanaires agissant avec une même poussée et un couple égal et opposé absorbent la même puissance. A noter que lorsque deux rotors agissent dans le même plan, alors un équilibre de couple peut être réalisé seulement si  $T_u = T_l$ . L'équilibre de couple est gêné par les variations de poussée des rotors.

#### *Deux rotors coaxiaux contrarotatifs [5]*

En pratique, deux rotors contrarotatifs seront suffisamment éloignés pour que le rotor inférieur tourne dans la veine fluide contractée (« *vena contracta* ») du rotor

supérieur. On suppose ici que le rotor inférieur n'influence en rien le sillage du fluide provenant du rotor supérieur. Si l'on veut être proche du réel, il faudrait tenir compte de l'influence du rotor inférieur sur le rotor supérieur, mais on entre alors dans des calculs complexes, car il faut tenir compte des interactions entre les lames de sillage, ainsi que des effets visqueux locaux du fluide. Le modèle du flux de base est représenté en figure 8.

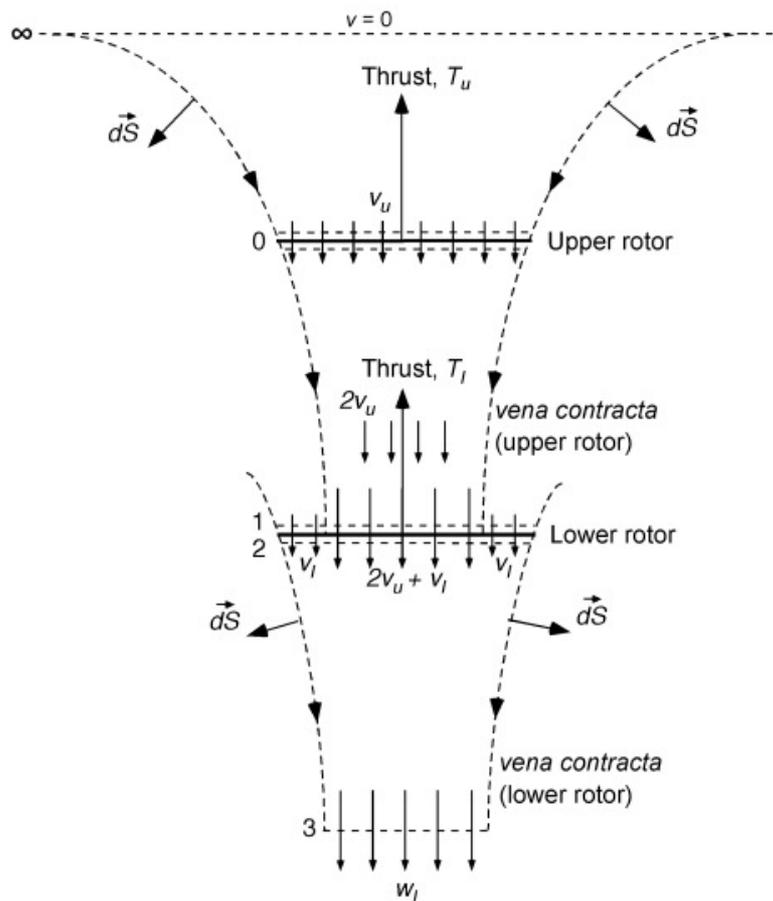


Figure 8 : Modèle du flux pour un système rotors coaxial avec le rotor inférieur évoluant dans le flux produit par le rotor supérieur

On suppose d'abord que les rotors ont les mêmes poussées  $T_u = T_l = T$ . La vitesse induite transmise au fluide par le rotor supérieur est égale à :

$$v_u = \sqrt{\frac{T}{2\rho S}} \quad (22)$$

La veine fluide provenant du rotor supérieur est égale à  $\frac{S}{2}$  avec une vitesse de  $2v_u$ . Cela représente le cas idéal pour des hélices non carénées. En réalité, la contraction de la veine n'est pas aussi large. Néanmoins, lorsqu'il y a un carénage, la veine fluide est beaucoup plus large, ce qui a un effet positif sur le rotor inférieur. Sans carénage, la vitesse induite du fluide est de  $2v_u + v_l$  sur la moitié intérieure du disque rotor inférieur (fig. 8). Sur la moitié de la surface extérieure, la vitesse induite est égale à  $v_l$ . On suppose que la vitesse induite de la veine fluide produite par le rotor inférieur est égale à  $w_l$ . Le débit massique de l'air au-dessus du rotor supérieur est égal à  $\rho S v_u$  et la poussée du rotor supérieur obtenue est de  $(\rho S v_u) 2v_u = 2\rho S v_u^2$ . Cela représente la quantité de mouvement du fluide qui traverse le rotor inférieur. Les débits massiques dans les parties internes et externes de la section du rotor inférieur seront respectivement égaux à  $\rho \left(\frac{S}{2}\right) (2v_u + v_l)$  et  $\rho \left(\frac{S}{2}\right) v_l$ . Ceci permet de calculer le débit massique total qui traverse le rotor inférieur :

$$\dot{m} = \rho \left(\frac{S}{2}\right) (2v_u + v_l) + \rho \left(\frac{S}{2}\right) v_l = \rho S (v_u + v_l) \quad (23)$$

Le débit massique sortant de la section 3 (fig. 8) est égal à  $\dot{m} w_l$  ; on suppose que la vitesse est uniforme, ce qui permet de calculer la poussée du rotor inférieur :

$$T_l = \rho S (v_u + v_l) w_l - 2\rho S v_u^2 \quad (24)$$

La puissance du rotor inférieur est donnée par :

$$P_l = T_l (v_u + v_l) \quad (25)$$

La Théorie de Glauert permet un gain de 25% de puissance par rapport à un rotor simple, pour le même diamètre. Néanmoins, cette méthode étant considérée pour un environnement parfait, dans la réalité et avec les expériences menées par la NASA [6], on approche plutôt les 5% de gain en puissance.

### **3. En pratique**

#### **3.1. Vitesse en bout de pale [7]**

Selon la littérature [7], il faut limiter la vitesse en bout de pale pour des questions de bruit et de rendement de l'hélice. Cette limite est fixée à 85% de la vitesse du son (Mach 1, soit 340 m/s dans l'air à 15°C). Cette limite se situe à 290 m/s pour des hélices d'avion, soit des hélices conçues pour atteindre ces limites de vitesse en bout de pales.

#### **3.2. Étude d'un carénage [8]**

Le cahier des charges impose un carénage autour des hélices pour en augmenter la sécurité. Son inconvénient est son poids, mais il peut aussi augmenter les performances de l'hélice.

Lorsqu'une hélice est carénée, on peut considérer les pertes en bout de pale (voir section 2.1) comme étant nulles. On peut ainsi négliger le coefficient B, coefficient calculé avec la méthode de Froude.

Cette méthode n'est pas tout à fait réaliste, car des frottements entre le bout de la pale et le fluide stationnant dans la couche limite du carénage apparaissent et s'ajoutent, donc nuisent, au couple de rotation. Le rendement en est affecté. De plus, en pratique, on garde un jeu supérieur à la couche limite du carénage, ce qui entraîne parfois des fuites.

Néanmoins, l'ajout d'un carénage a toujours un effet positif sur le rendement des hélices. Le flux d'air à la sortie occupe une section plus large que s'il n'est pas muni d'un carénage (fig. 9).

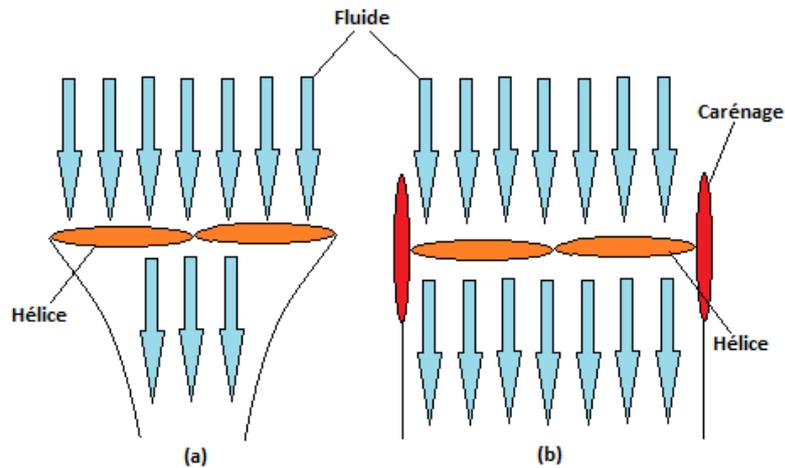


Figure 9 : Répartition du flux d'air dans une hélice libre (a) et dans une hélice carénée (b)

#### 4. Conclusion

La méthode de Froude est une méthode simple et rapide pour obtenir un ordre de grandeur de la puissance requise. La théorie de la quantité de mouvement pourrait être intéressante pour obtenir plus de précision, mais pour pouvoir l'utiliser, il faut sélectionner un profil de pale, et avoir les données aérodynamiques de celle-ci, disponibles seulement après un test en soufflerie. En outre, selon la littérature, ce procédé ne produit pas beaucoup plus de gain en précision.

La théorie de Glauert a été utilisée pour modéliser l'écoulement d'air à travers des hélices coaxiales. C'est une méthode plus précise pour modéliser le flux d'air qui traverse les hélices que la méthode de Froude.

#### 5. Sources

- [1] ACHOTTE, N., *Conception, optimisation et dimensionnement d'un micromoteur planaires à aimants permanents pour drones miniatures en vol stationnaire*, PhD thesis, Université Joseph Fourier- Grenoble I, 2005.
- [2] *Fluxo induzido (downwash) em helicópteros* (mis en ligne en septembre 2013)  
Adresse URL : [www.bloggoair.blogspot.be](http://www.bloggoair.blogspot.be)
- [3] *V-formation flight of birds* (mis en ligne en juillet 2005)  
Adresse URL : [www.aerospaceweb.org](http://www.aerospaceweb.org)