

# Développement d'un code de calcul destiné à la modélisation, l'analyse et la simulation de systèmes hydrauliques

Ing. S. COLAUX  
Ir. V. KELNER  
GRAMME – Liège

*Cet article montre comment élaborer un code de calcul permettant de modéliser, simuler et analyser un système hydraulique. L'application développée, SMASH, est constituée de deux parties distinctes : une bibliothèque reprenant la majorité des éléments présents dans un réseau hydraulique quelconque et un code calcul réalisé grâce à Simscape, un outil de Simulink. Les solutions obtenues lors de l'étude de réseaux de distribution d'eau ainsi que d'autres applications plus théoriques ont démontré que les résultats fournis par SMASH sont semblables aux solutions analytiques.*

*Mots-clés : Réseau hydraulique, Code de simulation, Simscape, Incompressible, Energie, Matlab, Système hydraulique, Simulation, Simulink, Bloc hydraulique.*

*The objective of this paper is to develop a computer code allowing to design, simulate and analyze a hydraulic system. The developed application, SMASH, consists of two distinct parts: a library that includes most of the elements of any water system and a computational code achieved through Simscape, a tool of Simulink. The solutions obtained in the study of water distribution systems and other more theoretical applications have shown that the results provided by SMASH are similar to the analytics ones.*

*Keywords: Water Distribution System, WDS, Pipe Network Analysis, Incompressible, Simscape, Simulink, Matlab, Hydraulic bloc, Hydraulic Computer Code.*

## 1. Introduction

L'objectif de ce travail est de développer un code de calcul ayant la capacité de modéliser, simuler et analyser divers réseaux hydrauliques. Ce projet est parti de zéro et n'est pas la continuité ou le développement d'un autre projet. Il a donc exigé de nombreuses recherches sur les travaux existants dans le domaine de l'hydraulique incompressible et traitant du sujet en question.

L'étude de systèmes hydrauliques est un domaine de plus en plus présent au quotidien, que ce soit dans les réseaux publics de distribution d'eau ou les systèmes hydrauliques lors de la construction de bâtiments. L'analyse de ce type de réseaux résulte en une connaissance parfaite des débits et pressions en tous points du système ayant pour objectifs principaux une réduction des coûts et un renforcement de la sécurité de fonctionnement.

Jespersion [1] fournit un bref historique des réseaux de distribution d'eau potable. Selon lui, l'idée de ces réseaux remonte au septième siècle avant JC lorsque les « qanâts » ont été imaginés par les Perses et, quelques siècles après, lorsque les Romains ont commencé à construire les aqueducs ; qanâts et aqueducs ayant le même objectif, distribuer de l'eau potable aux endroits n'en disposant pas.

Le premier réseau d'eau public aux Etats-Unis fut construit à Boston en 1652, Ce réseau servait aussi bien à livrer de l'eau aux pompiers que pour l'usage domestique. A partir de ce moment-là, de nombreux réseaux sont apparus en Europe et en Amérique du Nord. Les filières étaient principalement faites en pierre, brique ou gravats alors que les conduites étaient construites avec de la fonte, du bois, des pierres forées, de l'argile ou du plomb.

Dès le dix-neuvième siècle, des avancées significatives ont permis de construire des joints entre conduites permettant de supporter des pressions élevées. Le vingtième siècle, quant à lui, a vu l'apparition de nouveaux matériaux pour construire les conduites, tels que l'acier, la fonte ductile, l'amiante ou le béton renforcé.

Plus les connaissances en matériaux ont augmenté, plus les ingénieurs ont imaginé des réseaux complexes et ce jusqu'au moment où la connaissance des débits et pressions au sein d'un réseau est devenue nécessaire afin de le construire. La compréhension des débits et pression au sein d'une conduite seule n'a plus été suffisante et dès lors une quête vers le calcul des réseaux de distribution a donné naissance aux recherches spécifiques liées à ce domaine qui porte désormais le nom de *Pipe Network Analysis*.

### **1.1. Les méthodes d'analyse.**

De nombreuses méthodes ont été développées dans le passé afin de calculer les débits dans les réseaux de conduites hydrauliques. Ci-dessous la majorité des méthodes développées lors des cent dernières années sont présentées, dont

- la méthode Hardy-Cross
- la méthode des nœuds simultanés
- la méthode des boucles simultanées
- la méthode linéaire (conduites simultanées)
- la méthode du gradient (réseaux simultanés)

La pertinence, la fiabilité, l'efficacité et la précision de calcul de chacune de ces méthodes ont été développées dans la littérature à de nombreuses reprises. Toutes les méthodes listées ci-dessus, à l'exception de la démarche envisagée par Hardy-Cross, utilisent des matrices afin de profiter au mieux de la puissance de calcul offerte par les ordinateurs.

En 1936, Hardy Cross [2], un professeur d'ingénierie structurelle à l'Université d'Illinois, a développé une méthode mathématique capable de déterminer les moments dans un système de structure statique. Cross a ensuite compris que la méthode qu'il venait de développer pouvait également être utilisée pour résoudre des réseaux hydrauliques. Suite à la prise de connaissance de la puissance de l'algorithme qu'il venait d'imaginer, Hardy Cross a publié un article dans lequel il propose deux techniques différentes pour résoudre un réseau de conduites.

La première est une méthode itérative consistant à équilibrer les flux des différentes boucles constituant le réseau alors que la deuxième équilibre les débits à chaque nœud du réseau. Pour chacune de ces méthodes, il est nécessaire de faire une hypothèse quant à l'intensité et la direction des débits de chacune des conduites, l'équilibrage se fait ensuite à l'aide de facteurs calculés via l'itération précédente.

### **1.2. Méthodes computationnelles**

En 1957, Hoag et Weinberg [3] ont tous deux adapté la méthode d'Hardy Cross aux ordinateurs digitaux leur permettant d'analyser le réseau de distribution de la ville de Palo Alto en Californie. En présentant leur projet, les auteurs ont également discuté de la rapidité, la précision et la viabilité économique d'une telle application. Durant la même année, un cabinet de calcul électronique, Datics Corporation [4] situé à Fort Worth au Texas est devenu l'une des premières entreprises à vendre un logiciel permettant d'analyser les réseaux de distribution d'eau.

Cette année a ainsi marqué le début du développement de logiciels permettant d'analyser les réseaux de distribution d'eau.

### **1.3. Méthodes informatiques avancées**

En fonction de la taille et de la complexité du réseau étudié, la méthode d'Hardy Cross pouvait prendre beaucoup de temps à converger, et dans certains cas une solution finale était impossible à trouver. En réponse à ces limitations, plusieurs chercheurs ont commencé à étudier de nouvelles formulations mathématiques du problème d'analyse de réseau qui pourraient davantage profiter des possibilités offertes par les calculs à haute vitesse.

En 1963, Martin et Peters [4] sont les premiers chercheurs à publier un algorithme permettant de calculer simultanément les débits aux nœuds. La méthode est une amélioration de celle imaginée par Cross. La particularité des méthodes simultanées est que toutes les équations définissant le réseau sont mises ensemble dans une grande matrice afin de résoudre le système en une fois (et non plus boucle par boucle). Afin de rendre cette opération possible, il est nécessaire de linéariser les équations à l'aide de Taylor et ensuite résoudre d'une manière itérative l'ensemble de la matrice grâce à Newton Raphson. Notons qu'en 1968, Uri Shamir et Chuck Howard [5] ont démontré que l'algorithme des nœuds simultanés reste valable si l'on ajoute des vannes ou pompes au système.

En 1969, Robert Epp et Alvin Flower [6] ont imaginé une nouvelle approche basée sur la méthode des boucles de Cross. Cette avancée a permis de considérablement augmenter la convergence des solutions du réseau.

En 1972, Wood et Charles [7] ont conçu un nouvel algorithme. Contrairement ses prédécesseurs, ce dernier n'est plus basé sur les observations faites par Hardy Cross mais sur une approche plus scientifique. La méthode des conduites simultanées (ou méthode linéaire) s'appuie sur les lois de conservation de l'énergie et de la masse. Cette nouvelle approche permet d'avoir une très bonne efficacité, faisant de cet algorithme l'une des références dans le domaine des réseaux hydrauliques. Cette méthode est d'ailleurs toujours utilisée dans de nombreux logiciels de renommée mondiale, tels que PIPE2000 ou WOODNET.

La dernière des méthodes, celle du gradient (ou méthode composite), a été proposée par Todini et Pilati [8] en 1987. Dans cette démarche, chaque équation d'énergie de conduite est combinée aux équations des nœuds afin de fournir une solution simultanée pour les nœuds ainsi que les conduites. Comme pour les autres méthodes, il est nécessaire de linéariser les équations d'énergie grâce à Taylor. Cette approche permet de réduire considérablement le temps de calcul tout en gardant une bonne précision. Cette méthode est utilisée dans le programme EPANET [9].

## 2. Le réseau hydraulique

Par définition, un système ou réseau hydraulique est un assemblage d'au moins deux éléments hydrauliques. Il en existe une multitude, les plus connus étant les conduites, la pompe centrifuge, le réservoir et les vannes. Dès lors, l'application qui est destinée aux étudiants devra comporter deux modules distincts qui sont

- une bibliothèque reprenant les éléments d'un réseau, ces derniers devant être paramétrables (e.g. définir les paramètres géométriques d'un réservoir) et
- une zone de dessin où l'utilisateur élabore le réseau à partir des éléments disponibles dans la bibliothèque.

A titre d'exemples, les figures 1 et 2 illustrent respectivement une conduite reliant deux réservoirs, et un réseau de distribution complexe.

La résolution de systèmes de distribution d'eau entraîne l'étude de réseaux complexes qui possèdent de nombreuses boucles, réservoirs, pompes, ... Afin de pouvoir déterminer la pression à chaque endroit du système mais aussi le débit à travers chaque branche, les équations de conservation sont d'application. Ces dernières peuvent être exprimées comme suit :

- En chaque point,  $\sum q = 0$  ce qui correspond à la conservation de la masse
- Entre deux points quelconques, les pertes de charges sont indépendantes du chemin choisi. Cette condition correspond à la conservation de l'énergie.

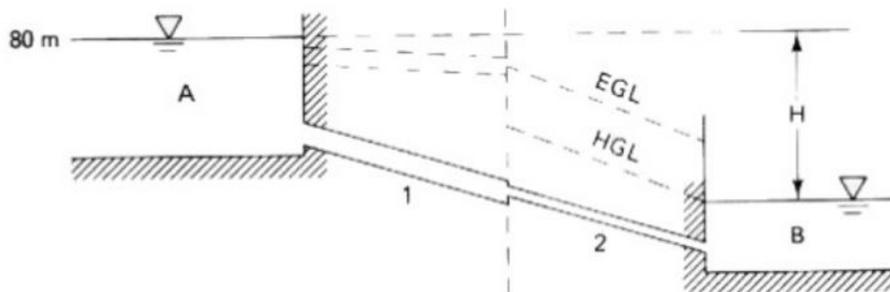


Figure 1 : Une conduite, deux réservoirs

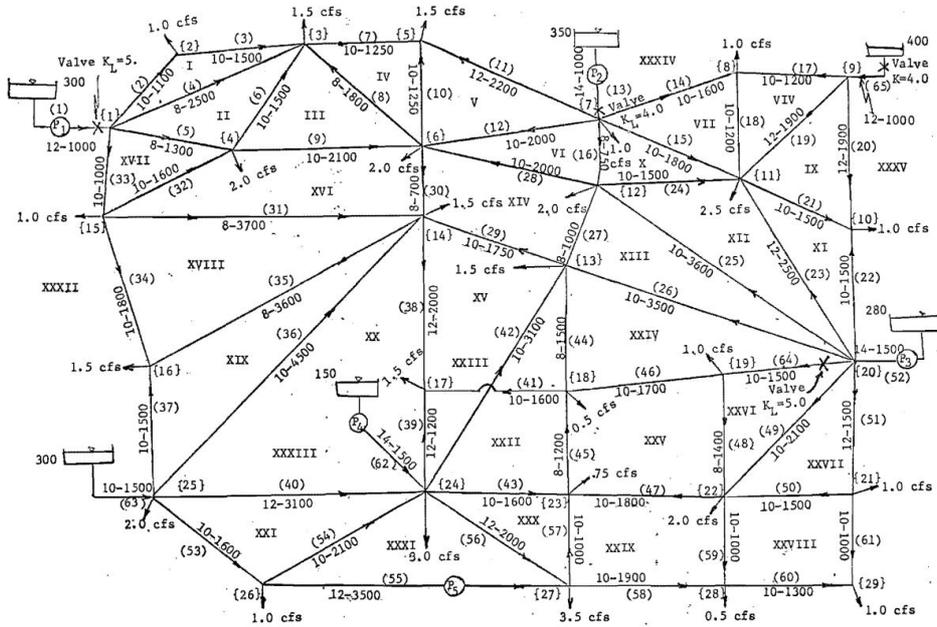


Figure 2 : Exemple d'un Water Distribution System

Afin d'étudier l'influence d'un composant sur le réseau hydraulique, il est nécessaire de connaître les équations régissant le débit (i.e. la conservation de la masse) ainsi que la pression (i.e. la conservation de l'énergie).

À titre d'exemple, si l'on considère un élément quelconque représenté sur la figure 3, nous remarquons qu'il possède deux variables, le débit et la pression différentielle. Ces deux variables sont directement liées par la nature de l'élément étudié.

$$q_{in} = q_{out} \qquad P_{in} - P_{out} = \Delta P = f(q)$$

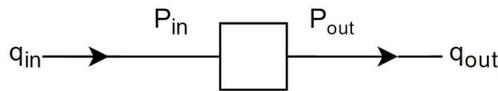


Figure 3: Elément hydraulique quelconque

### 3. Le code de calcul SMASH

Les concepts des réseaux et éléments hydrauliques étant assimilés, il est désormais nécessaire de s'étendre sur le développement d'une bibliothèque ainsi que sur l'interface permettant l'utilisation de celle-ci. Par conséquent, cette section introduira de nombreux concepts tels que le langage de programmation utilisé ou le modèle physique.

La première étape consiste à choisir un langage de programmation capable de mettre en œuvre la liste de fonctions reprise ci-dessous

- Une liste des éléments disponibles repris sous forme de bibliothèque ;
- Une fenêtre graphique où l'on déplace les éléments provenant de la bibliothèque ;
- Chaque élément doit être connectable (formant ainsi un réseau) et paramétrable (à l'aide d'un double clic par exemple)
- Un solveur ayant pour but de trouver la solution du réseau dessiné.

Au vu de ces exigences complexes, deux choix sont possibles : soit il faut développer un programme en partant de rien et donc concevoir l'interface graphique et le modèle mathématique, soit il est nécessaire d'utiliser un programme ayant déjà une partie des fonctions mentionnées ci-dessus et l'adapter à nos besoins.

La première solution requiert un langage de programmation orienté objet comme le C++, Java ou Python et permet ainsi au développeur de créer un programme répondant parfaitement aux conditions requises. Cependant, la mise en place d'une telle application requiert de très bonnes compétences en programmation (orientée objet) et beaucoup de temps.

La deuxième solution est plus adaptée à un travail d'ingénieur industriel, dans le sens où la partie concernant l'interface graphique est déjà développée, permettant ainsi d'approfondir le domaine technique de l'application. Nous utiliserons donc un environnement de développement et non un langage de programmation.

Le choix concernant le développement de l'application étant posé, il ne reste plus qu'à trouver un programme capable de répondre aux exigences du cahier de charges. La bibliothèque SMASH étant développée initialement dans le cadre d'une application et d'une utilisation académique, l'environnement Simscape a été retenu comme plateforme de développement. Cet environnement de travail sera détaillé dans les paragraphes suivants.

### 3.1. Simscape

Simscape [10] est un outil faisant partie de la suite MathWorks qui permet de créer un modèle physique en utilisant l'interface Simulink (nécessite Matlab). Un modèle physique est un ensemble d'éléments (ou blocs) couplés à l'aide de connexions physiques et interagissant ensemble afin de fournir une solution. Chaque élément du modèle appartient à un domaine physique spécifique définissant ainsi les variables de l'élément en question.

Grâce à Simscape, il est ainsi possible de simuler par exemple un réseau hydraulique, un moteur électrique ou un système de réfrigération. Il est possible de simuler n'importe quel type de phénomène physique pour autant que l'utilisateur soit capable de définir un domaine correspondant et de connaître les équations des composants du système en question.

#### **Matlab**

Matlab est un langage de programmation de quatrième génération émulé par un environnement de développement éponyme. Il appartient à la société MathWorks et permet, entre autres, de manipuler des matrices, d'afficher des courbes, de créer des interfaces utilisateurs et supporte la mise en œuvre d'algorithmes.

Matlab permet aussi de s'interfacer avec d'autres langages de programmation tels que le C, C++, Java, Fortran et Python, ce qui en fait un des programmes de calculs numériques les plus utilisés dans les entreprises. Les domaines d'application sont aussi nombreux que variés, citons l'ingénierie, l'économie ou les sciences appliquées, dans un contexte aussi bien industriel que pour la recherche.

Au fur et mesure des éditions, de nombreux modules et outils ont été développés et ajoutés à l'interface, permettant ainsi de couvrir de nouveaux domaines d'application tels que le traitement d'images. Parmi les modules les plus utilisés, citons l'*Optimization toolbox*, la toute nouvelle *Virtual Reality Toolbox* et *Simulink*.

#### **Simulink**

Simulink est un logiciel de modélisation système multi-physique édité par MathWorks ; il fournit un environnement graphique et un ensemble de bibliothèques contenant des blocs de modélisation permettant le design précis, la simulation, l'implémentation et le contrôle de systèmes de communication et de traitement de signal. En d'autres termes, Simulink est utile pour :

- la modélisation et le design de systèmes dynamiques et algébriques ;
- la modélisation et le design de systèmes de contrôle et
- la modélisation et le design de traitement de signal.

### 3.2. Principes de base du modèle physique

Simscape procure un ensemble de bibliothèques comportant des blocs de simulation afin de modéliser un système physique dans l'interface Simulink. Simscape emploie une approche physique du modèle, ce qui diffère de l'approche de Simulink, et permet ainsi de simuler des systèmes de composants réels (un moteur, une résistance, une pompe, ...).

Au contraire de Simulink, Simscape permet de créer un modèle constitué de blocs ayant des connexions physiques. Ainsi, chaque port du bloc correspond à un échange d'énergie. Ces connexions sont unidirectionnelles et imitent le comportement réel entre deux éléments.

Si l'on considère deux blocs reliés ensemble, la connexion entre ces deux éléments représente le flux d'énergie qui peut être défini à l'aide des variables *Through* et *Across*. Ce principe est illustré sur la figure 4.

- Across variables : Les variables qui sont mesurées avec une jauge reliée en parallèle à un élément.
- Through variables : Les variables qui sont mesurées avec une jauge reliée en série à un élément.

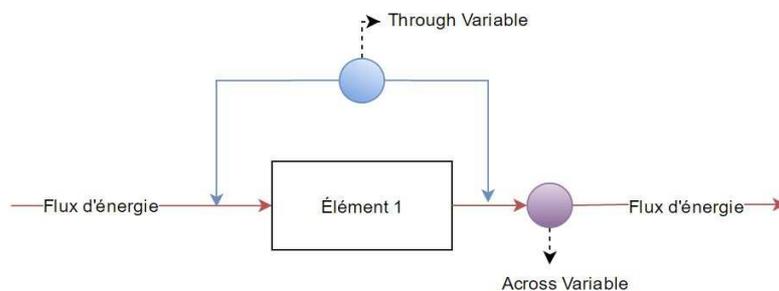


Figure 4 : Through et Across variables

Comme présenté sur la figure 4, un flux d'énergie est caractérisé par ses deux variables : *Across* et *Through*. Habituellement, le produit de ces variables correspond au flux d'énergie exprimé en Watt.

Dans cet exemple, le bloc *élément 1* modélise un élément quelconque, allant d'une conduite à un changement de section où les variables représentent respectivement le débit du fluide et la différence de pression. Chaque bloc sera ainsi défini par ses paramètres et équations caractéristiques. Dans la plupart des cas, le débit en entrée sera le même que le débit en sortie et une perte de charge sera engendrée par l'élément en question.

### 3.3. La bibliothèque hydraulique

Dans cette section, la liste des éléments repris dans la bibliothèque est présentée en détail. Pour plus de clarté, ils seront classés par rapport à leur fonction. Chacun des éléments a été développé à l'aide de Simscape, ils possèdent des variables, paramètres et équations propres à leur fonction.

**Eléments à pertes de charges linéaires :** conduite méthode Hazen-Williams (HW), conduite méthode Darcy-Weisbach (DW), conduite à pertes définies.

**Eléments à pertes de charges singulières :** coude mitré, coude à bride standard (45°, 90° et 180°), coude à bride, raccord en T, raccord en X, contraction graduelle, élargissement graduel, entrée de tuyau (flush et saillie interne), sortie de tuyau, diaphragme à bord carré

**Eléments à gains de charges :** pompe centrifuge, pompe volumétrique, source de débit volumique, source de pression

**Les réservoirs :** source infinie à niveau constant, réservoir à une entrée, cuve.

**Les nœuds réseaux :** nœuds réseaux (1, 2, 3 et 4 entrées), nœuds réseau avec capteur de pression (1, 2, 3 et 4 entrées), nœuds réseau avec capteur de pression et demande variable (1, 2, 3 et 4 entrées)

**Les capteurs :** capteur de pression différentielle, capteur de pression absolue, capteur de débit (parfait, Tuyère, Venturi et diaphragme).

**Les vannes :** vanne à boule, vanne à opercule, vanne V (Kv et Cv), vanne Kv à ouverture variable

**Les utilitaires :** paramètres de l'eau, paramètres du fluide, référence, référence variable, vanne parfaite, stop hydraulique, clapet anti-retour.

## 4. Validation et application du code de calcul

Cette section est orientée sur différents exemples ayant pour but de tester les limites du modèle mathématique et de valider les résultats fournis

Les cas étudiés tout au long de cette section sont un réseau de distribution d'eau théorique, un réseau de distribution d'eau réel, et un exemple concernant des réservoirs à volume variable.

#### 4.1. Un réseau théorique

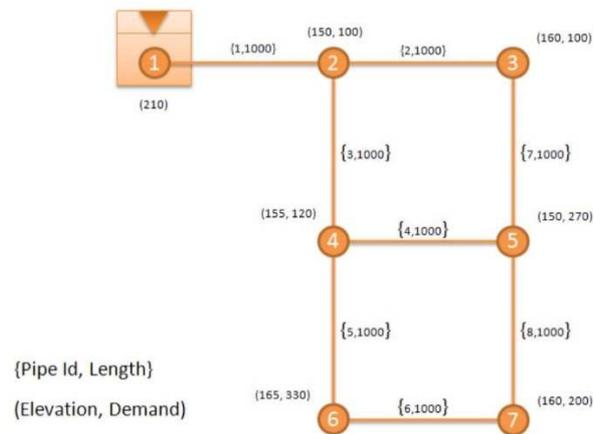


Figure 5 : Schéma du réseau théorique

Cet exemple, composé de deux boucles et huit tuyaux est fourni par M. Venturin [11] : il correspond à un réseau basique où aucune pompe n'est présente. L'énergie nécessaire au transport de l'eau provient des différences d'altitude entre la source et les nœuds.

Venturin a développé un programme permettant de résoudre ce type de réseaux à l'aide de Scilab. Les données ainsi que les résultats qu'il a obtenus sont repris dans les tableaux 1 et 2.

Afin de confirmer les résultats obtenus à l'aide de Scilab, validons cet exemple à l'aide d'EPANET. Les résultats obtenus sont affichés dans le tableau 3. Nous constatons que les valeurs ne diffèrent que de 0,5% dans le pire des cas.

Une fois les résultats validés, étudions ce cas basique à l'aide du modèle mathématique développé sous Simscape, SMASH. La figure 6 et le tableau 3 exposent les résultats obtenus. Nous observons que la solution acquise à l'aide de Simscape est semblable aux résultats fournis par l'auteur ainsi que par le programme de simulation EPANET. Les faibles variations au sein des résultats proviennent des formules pour calculer les pertes linéaires (Hazen-Williams pour EPANET et Scilab alors que SMASH utilise la formule de Darcy-Weisbach).

La figure 6 est la représentation du réseau à l'aide de SMASH. Ce schéma est composé de d'éléments hydrauliques (conduite, référence, débitmètre, ...) et de contrôles (affichage de donnée, mesure de pression, convertisseur de donnée, ...).

Chacun des blocs sont reliés afin de former le réseau hydraulique représenté sur la figure 5.

<b>Tuyau</b>	Longueur [ft]	Diamètre [ft]	H-Z Cst	Débit [GPM]
<b>1</b>	1000	18	130	1200
<b>2</b>	1000	10	130	336.88
<b>3</b>	1000	16	130	686.12
<b>4</b>	1000	4	130	32.56
<b>5</b>	1000	16	130	530.56
<b>6</b>	1000	10	130	200.56
<b>7</b>	1000	10	130	236.88
<b>8</b>	1000	1	130	0.56

Tableau 1 : WDS Théorique - Données et résultats des tuyaux via Scilab

<b>Nœud</b>	Altitude [ft]	Demande [GPM]	Pression [Psi]
<b>1</b>	210		0
<b>2</b>	150	100	25.85
<b>3</b>	160	100	21.15
<b>4</b>	155	120	23.55
<b>5</b>	150	270	25.31
<b>6</b>	165	330	19.12
<b>7</b>	160	200	21.16

Tableau 2 : WDS théorique - Données et résultats des noeuds via Scilab

<b>Tuyau</b>	Débit [GPM]			<b>Nœud</b>	Pression [Psi]		
	Scilab	EPANET	SMASH		Scilab	EPANET	SMASH
<b>1</b>	1200	1200	1200	<b>1</b>	0	0	0
<b>2</b>	336.88	336.88	337.9	<b>2</b>	25.85	25.81	25.83
<b>3</b>	683.12	683.12	682.1	<b>3</b>	21.15	21.12	21.16
<b>4</b>	32.56	32.56	31.54	<b>4</b>	23.55	23.51	23.54
<b>5</b>	530.56	530.56	530.6	<b>5</b>	25.31	25.27	25.31
<b>6</b>	200.56	200.56	200.6	<b>6</b>	19.12	19.09	19.13
<b>7</b>	236.88	236.88	237.9	<b>7</b>	21.16	21.12	21.17
<b>8</b>	0.56	0.56	0.5611				

Tableau 3 : WDS théorique - Comparaison des résultats

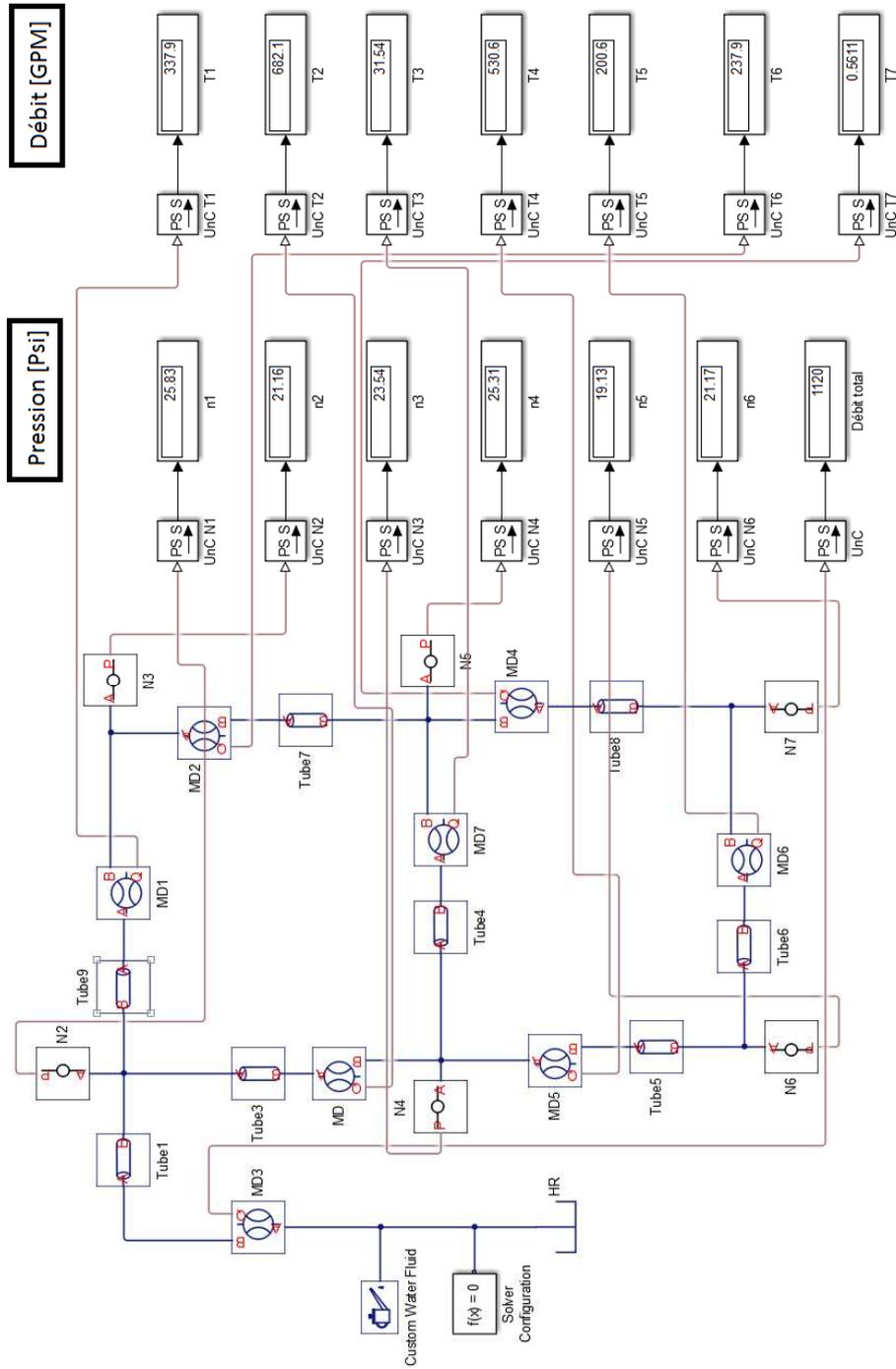


Figure 6 : WDS théorique - Réseau hydraulique via SMASH

## 4.2. Un exemple réel

Afin de vérifier les capacités de SMASH, étudions le cas d'un réseau de distribution réel. Le réseau représenté sur la figure 7 possède de nombreuses conduites et nœuds de demande, cinq pompes et réservoirs ainsi que quelques vannes (symbolisant des pertes de charges singulières).

Ce réseau a été étudié par Roland W. Jeppson [12] en 1974. Ce dernier a utilisé la méthode linéaire développée par Charles et Wood [7] deux années auparavant.

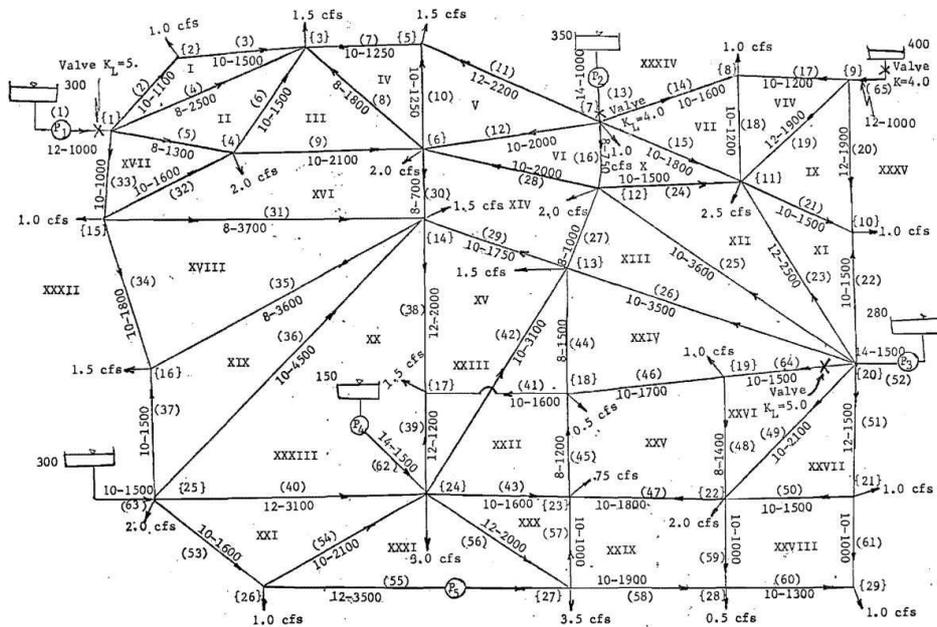


Figure 7 : Réseau réel de distribution

Afin de comparer les résultats fournis par Jeppson et SMASH, le tableau 4 présente les débits et pressions en certains endroits du réseau, pris aléatoirement.

Contrairement au réseau de distribution étudié précédemment, la différence entre les résultats fournis par Jeppson et SMASH est sensiblement plus élevée.

De fait, étant donnée la complexité du réseau étudié, une légère différence des formules utilisées pour calculer les pertes de charges linéaires entraîne des disparités au sein des résultats, principalement au niveau des débits.

Tuyau	Débit [CFS]			Nœud	Pression [Psi]		
	Jeppson	SMASH	Diff[%]		Jeppson	SMASH	Diff[%]
<b>1</b>	11.61	11.48	1.1	<b>1</b>	104.1	104	0.1
<b>8</b>	0.68	0.67	1.5	<b>4</b>	92.7	92.8	0.1
<b>19</b>	2.75	2.6	5.8	<b>7</b>	84.2	83.8	0.5
<b>24</b>	1.71	1.63	4.9	<b>11</b>	77.5	77.1	0.5
<b>32</b>	0.92	0.90	2.2	<b>15</b>	91.9	92.3	0.4
<b>48</b>	0.35	0.33	6.1	<b>19</b>	77.2	77.9	0.9
<b>52</b>	9.03	8.79	2.7	<b>22</b>	81.2	81.9	0.9
<b>61</b>	1.80	1.7	5.9	<b>29</b>	96.3	97.0	0.7

Tableau 4: Comparaison des résultats d'un WDS réel

### 4.3. Les réservoirs

Une dernière manière de valider le modèle mathématique est de connecter deux réservoirs atmosphériques remplis d'eau à l'aide d'une conduite. L'un des réservoirs sera rempli de fluide alors que l'autre sera presque vide. Le niveau des 2 réservoirs s'équilibre jusqu'à ce que l'énergie de pression soit la même dans les 2 cuves. Le schéma de départ est représenté sur la figure 8.

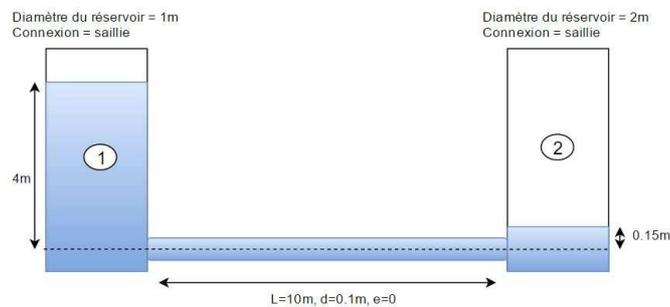


Figure 8 : Schéma de 2 réservoirs connectés par une conduite

En appliquant les équations de conservation d'énergie et de masse à ces réservoirs, il est possible de trouver la solution analytiquement. Cette dernière est ensuite comparée au résultat fourni par SMASH. Ainsi,

$$\frac{V_1^2}{2g} + h_1 + \frac{P_1}{\rho g} = \frac{V_2^2}{2g} + h_2 + \frac{P_2}{\rho g}$$

$$\text{Volume Initial}_1 + \text{Volume Initial}_2 = \text{Volume Final}_1 + \text{Volume Final}_2$$

En considérant que la pression est la même dans les 2 réservoirs et que les vitesses du fluide sont nulles, ces équations peuvent se simplifier comme suit

$$h_1 = h_2$$

$$\left[ h_1 \frac{\pi D_1^2}{4} + h_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \right] - \left[ h_{1,init} \frac{\pi D_1^2}{4} + h_{2,init} \frac{\pi D_2^2}{4} \right] = 0$$

Ainsi,

$$\left[ h_1 \frac{\pi 2^2}{4} + h_1 \frac{\pi 4^2}{4} \right] - \left[ 4 \frac{\pi 2^2}{4} + 0.15 \frac{\pi 4^2}{4} \right] = 0$$

$$h_1 = h_2 = 0.92 \text{ m}$$

Les figures 9 et 10 présentent respectivement la schématisation à l'aide de SMASH et l'évolution de la hauteur du fluide en fonction du temps aux travers des 2 réservoirs. Ces 2 droites convergent en un point, de telle sorte que  $h_1 = h_2 = 0.92m$ , ce qui correspond bien à la valeur analytique.

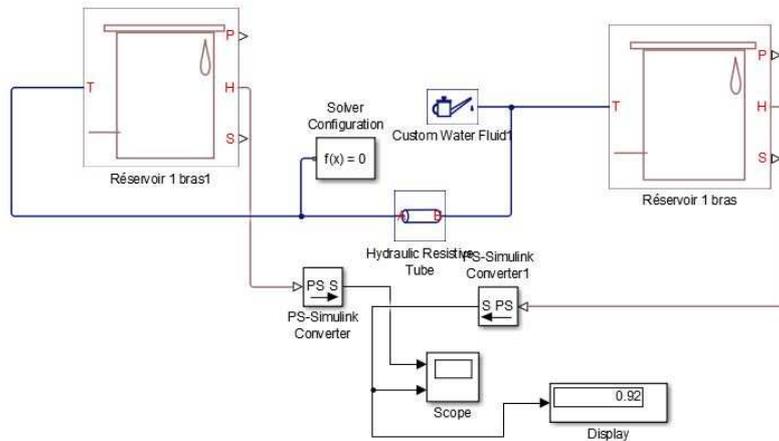
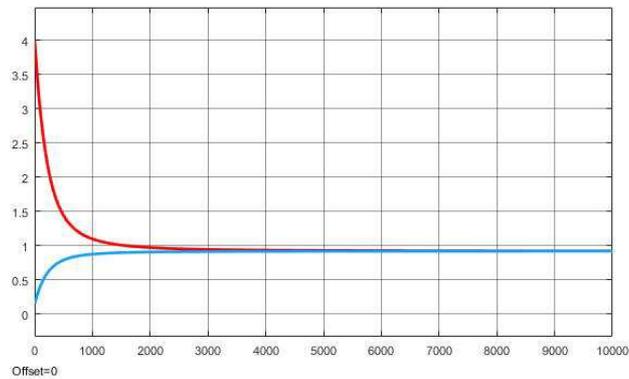


Figure 9 : Représentation des deux réservoirs à l'aide de SMASH

SMASH a l'avantage de nous fournir un résultat transitoire : ainsi plus la section de passage de la conduite sera élevée, plus le temps de convergence sera faible. Dans ce cas précis, on constate que les réservoirs sont quasi équilibrés après 1000 secondes, soit environ 15 minutes. Ce temps élevé est dû à la longueur conséquente de la conduite, mais aussi à son faible diamètre.



*Figure 10 : Evolution de la hauteur de l'eau dans les réservoirs en fonction du temps*

## 5. Conclusions et perspectives

L'objectif qui était poursuivi a été atteint et même dépassé grâce à l'immense potentiel du code de calcul.

De nombreux exemples ont permis de valider les performances fournies par le code de calcul SMASH. Ces derniers ont été sélectionnés afin de couvrir l'étendue des possibilités offertes par le code de calcul.

L'ensemble de ces exemples a ainsi permis de valider le code de calcul SMASH. La faible différence des résultats observée peut être expliquée grâce à la différence de l'une ou plusieurs des formules permettant de calculer les pertes de charges (singulières ou linéaires), auquel cas plus le réseau est complexe plus il entraîne une différence de résultats conséquente.

Dans la continuité du travail effectué, deux améliorations possibles sont abordées dans la section précédente : la prise en compte de la température comme variable et le développement d'un exécutable. Toutefois, ces deux améliorations ne sont pas les seules envisageables ; un add-on permettant la régulation en temps réel d'un réseau hydraulique pourrait être implémenté au sein de SMASH tout comme la prise en compte de phénomènes mécaniques (coup de bélier).

## 6. Sources

- [1] JESPERSON K., A brief history of drinking water distribution, *On Tap Associate Editor*, pp. 18–46, 2001.
- [2] CROSS H., Analysis of flow in networks of conduits or conductors, *Engineering Experiment Station, University of Illinois Bulletin No.286*, 1936.
- [3] HOAG L. & WEINBERG G., Pipeline network analysis by electronic digital computer, *Journal of the American Water Works Association*, pp. 517–524, 1957.
- [4] MARTIN D. & PETERS G., The application of newton’s method to network analysis by digital computer, *Journal of the Institute of Water Engineers*, pp. 17 :115–129, 1963.
- [5] SHAMIR U. & HOWARD C., Water distribution systems analysis, *Journal of the Hydraulic division, ASCE, 94, Proc. Paper 5758*, pp. 219–234, 1968.
- [6] EPP R. & FOWLER A., Efficient code for steady-state flows in networks, *Journal of the Hydraulics Division, ASCE, 96, Proc. Paper 7002*, pp. 43–56, 1970.
- [7] WOOD D. & CHARLES C; Hydraulic network analysis using linear theory, *Journal of the Hydraulic division, ASCE, 98, Proc. Paper 9031*, pp. 1157–1170, 1972.
- [8] TODINI E. & PILATI S., A gradient method for the analysis of pipe networks., *International Conference on Computer Applications for Water Supply and Distribution, Leicester Polytechnic, UK.*, 1987.
- [9] ROSSMAN L. A., *EPANET 2 user’s manual*. U.S Environmental protection agency and NRMRL, 2000.
- [10] MathWorks, *Simscape User’s Guide*, 2016.
- [11] VENTURIN M., A hydraulic scilab toolbox for water distribution systems, *Open source*
- [12] JEPPSON R. W., Steady flow analysis of pipe networks : An instructional manual, *DigitalCommons, Utah Water Research Laboratory*, 1974.