Discrétisation d'un gradient de température lors d'un déplacement liquide à travers un mélange solide

Ing. J.-A. CARNEVALI Dr Ir V. HANUS PIERRARD – Virton

Cet article montre comment discrétiser un gradient de température en tout point lors d'un échange de chaleur entre un liquide et un solide suite au déplacement forcé du premier dans le second. Le gradient de température obtenu permet de déterminer la température de chaque mélange liquide et solide à tout endroit d'un lessiveur de cuisson du bois afin d'établir le modèle énergétique d'un cycle de cuisson.

Mots-clefs : Cold Blow, échange de chaleur, gradient de température

This article shows how to discretize a temperature gradient at any point during a heat exchange between a liquid and a solid, following the forced displacement of the latter through the former. The temperature gradient obtained makes it possible to determine the temperature of each liquid and solid mixture at any point in a wood-cooking digester in order to establish the energy model of a cooking cycle.

Keywords : Cold Blow, heat exchange, temperature gradient

Revue Scientifique des Ingénieurs Industriels nº 32, 2018.

1. Introduction

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un projet de remplacement de l'installation de cuisson du bois de l'usine Burgo Ardennes par un équipement utilisant un procédé appelé « Cold Blow » pour extraire de la cellulose et, in fine, faire du papier. Afin de comprendre le modèle réalisé, le procédé général de cuisson est tout d'abord présenté. Ensuite, le modèle discrétisé du gradient de température est développé et les résultats exposés. Enfin, ces derniers sont discutés en fonction des paramètres en entrée.

2. Contexte

2.1. Procédé Kraft

Le procédé Kraft permet de produire de la pâte de cellulose nécessaire à la fabrication du papier. Ce procédé chimique consiste à cuire les copeaux de bois avec un mélange aqueux à base de soude active (NaOH et Na₂S) appelé liqueur blanche (LB). Ce faisant, la cellulose contenue dans le bois est séparée de la lignine. Cette dernière, ainsi que tous produits de la réaction chimique entre le bois et la liqueur blanche, forment un mélange aqueux appelé liqueur noire (LN). Cette LN est un combustible biomasse permettant de produire de la vapeur haute pression qui, en la détendant dans les deux turbines à vapeur, fournit entièrement l'usine en énergie thermique et partiellement en énergie électrique.

Les résidus de la combustion de la LN sont régénérés au bas de la chaudière (réduction des sulfures) et dans un four à chaux (récupération du NaOH) pour récupérer la liqueur blanche initiale.

2.2. Procédé de cuisson Cold Blow

Le procédé de cuisson Cold Blow se décompose en cinq phases, dont deux déplacements de liqueurs au travers d'un amas de copeaux. Brièvement, les cinq étapes sont :

- 1. le remplissage en copeaux et l'imprégnation en liqueur noire tiède;
- 2. le remplissage en liqueur chaude ; ceci sous-entend un déplacement de liqueur avec la liqueur chaude qui, injectée par le bas, va déplacer et éjecter la liqueur tiède d'imprégnation par le haut du lessiveur;
- 3. la chauffe du mélange jusqu'à température de cuisson et le maintien en palier afin que la cellulose se sépare de la lignine;

- 4. le remplacement de la liqueur noire de fin de cuisson par de la liqueur noire tiède afin de refroidir le mélange restant au sein du lessiveur;
- 5. le déchargement du mélange et de la liqueur noire tiède dans un réservoir de déchargement.

Les étapes pertinentes dans le présent article sont les étapes 2 et 4 qui comportent un déplacement de liqueur au travers d'un lit de copeaux.

2.3. Discrétisation du gradient de température

Pour déterminer l'énergie requise par le procédé « Cold Blow » (et la comparer au procédé conventionnel), il est nécessaire de connaître la température de la liqueur noire sortant du lessiveur. Cela se fait en simulant et en représentant le gradient de température à tout endroit dans le lessiveur ainsi qu'à tout moment pour visualiser exactement la phase de montée en température (et de refroidissement par la suite).

Pour modéliser l'échange thermique au sein du lessiveur, il faut diviser le volume du lessiveur en de petites parts dV, et exprimer la conservation de l'énergie et de la masse sur cet élément. Ce faisant, on fait l'hypothèse que le problème est monodimensionnel et on suppose que la température du mélange et de la liqueur est constante sur chaque tranche de lessiveur (voir figure 1).

Étant donné qu'on s'intéresse à la résolution numérique, on discrétise le gradient de température et pour ce faire, on impose un pas de temps et de volume. Plusieurs modèles ont été réalisés :

— un modèle discrétisé avec un coefficient d'échange infini, et

— un modèle discrétisé avec un coefficient d'échange fini.

Dans le premier cas, le temps de convergence des températures entre la liqueur et le mélange est nul, représentant un échange instantané, alors que dans le second cas, il est fini et dépend du coefficient d'échange. Cette dernière méthode est plus réaliste, car il existe toujours un coefficient d'échange fini entre deux composés.

3. Modèle avec un coefficient d'échange infini

3.1. Modélisation

Si l'on admet que le coefficient d'échange thermique est infini, il va de soit que la température des deux substances converge instantanément (et donc une seule température T suffit à la décrire). Dès lors, une tranche dV représentée à la figure 1 est composée de $dm_{mel} + dm_{lia}$ et la liqueur traversante cède une certaine différence d'enthalpie $\Delta H_{liqueur}$.



Figure 1 : Représentation schématique de l'échange thermique au sein du lessiveur

L'équation générale de l'échange thermique au sein du lessiveur est la suivante :

$$\rho_{mel} c_p \frac{d T}{dt} = -\dot{m}_{liq} c_{p,liq} \frac{d T}{dV}$$
(1)

avec ρ_{mel} = la masse volumique du mélange de copeaux,

 c_p = la chaleur spécifique pondérée du mélange solide des copeaux, $\frac{dT}{dt}$ = la variation temporelle de température,

 $\dot{m}_{liq} =$ le débit massique en liqueur,

 $c_{p,liq}$ = la chaleur spécifique pondérée des composants de la liqueur, et $\frac{dT}{dV}$ = la variation volumique de température.

Elle exprime que la chaleur perdue par la liqueur traversant (second membre) équivaut à l'augmentation d'enthalpie du mélange de copeaux.

Soit $V_i = i \Delta V$, le volume discrétisé et $t_k = k \Delta t$, le temps discrétisé. La température est fonction de i et k. Par le développement en série de Taylor-Maclaurin, on a la température du mélange statique en fonction du pas de temps :

$$T(V_{i},t_{k}) = T(V_{i},t_{k-1}) + \frac{\partial T}{\partial t}\Big|_{V_{i}}^{t_{k-1}} \Delta t + \mathcal{O}(\Delta t^{2})$$
(2)

Et donc,

$$\frac{\partial T}{\partial t}\Big|_{V_{i}}^{t_{k}} = \frac{T\left(V_{i}, t_{k}\right) - T\left(V_{i}, t_{k-1}\right)}{\Delta t} + \mathcal{O}\left(\Delta t\right)$$
(3)

De par un développement similaire, on a la température de la liqueur dynamique en fonction du pas volumique :

$$T\left(V_{i-1}, t_{k-1}\right) = T\left(V_{i}, t_{k-1}\right) - \frac{\partial T}{\partial V}\Big|_{V_{i}}^{t_{k}} \Delta V + \mathcal{O}\left(\Delta V^{2}\right)$$

Et donc,

$$\frac{\partial T}{\partial V}\Big|_{V_{i}}^{t_{k}} = \frac{T\left(V_{i}, t_{k-1}\right) - T\left(V_{i-1}, t_{k-1}\right)}{\Delta V} + \mathscr{O}\left(\Delta V\right) \tag{4}$$

En remplaçant les équations (3) et (4) dans l'équation (1), on obtient :

$$\rho_{mel} c_p \frac{T(V_i, t_k) - T(V_i, t_{k-1})}{\Delta t} = -\dot{m}_{liq} c_{p, liq} \frac{T(V_i, t_{k-1}) - T(V_{i-1}, t_{k-1})}{\Delta V}$$
(5)

Pour enfin arriver à l'équation de la température discrétisée suivante :

$$T(V_{i},t_{k}) = T(V_{i},t_{k-1}) + \frac{\frac{\Delta t \ m_{lig} \ c_{p,liq}}{\Delta V} \ [T(V_{i-1},t_{k-1}) - T(V_{i},t_{k-1})]}{\rho_{mel} \ c_{p}}$$
(6)

Pour avoir un modèle qui converge et qui corresponde à la réalité, il est nécessaire de tenir compte de l'effet piston. Ainsi, ce dernier implique une condition sur le terme $\frac{\Delta t \ \dot{m}_{liq} \ c_{p,liq}}{\Delta V}$ du numérateur. En effet, pour avoir un effet piston, il faut que la masse de liqueur amenée par intervalle de temps Δt soit égale au volume qu'elle peut occuper dans la tranche dV. Pour cela, la condition suivante est imposée :

$$\Delta t \ \dot{m}_{liq} = \rho_{liq} \ \Delta V \tag{7}$$

avec ρ_{liq} = la masse volumique apparente de la liqueur au sein des copeaux, soit la masse de liqueur rapportée au volume occupé par les copeaux et la liqueur, qui vaut dans ce cas-ci 450 m^3 .

On trouve donc un pas de temps qui est lié au pas volumique :

$$\frac{\Delta t}{\Delta V} = \frac{\rho_{liq}}{\dot{m}_{liq}} \tag{8}$$

Dans le modèle présent, on choisit de contraindre le pas de temps :

$$\Delta t = \frac{\rho_{liq} \,\Delta V}{\dot{m}_{liq}} \tag{9}$$

Ainsi, à partir de l'équation 6, on peut calculer la température $T(V_i, t_k)$ en tout temps t_k et toute position V_i , et donc simuler le gradient de température et son évolution temporelle dans le lessiveur. Le résultat des calculs se présente sous la forme d'une matrice avec *i* lignes et *k* colonnes. Les lignes représentent l'évolution d'une tranche de volume dV au cours du temps et les colonnes indiquent l'évolution de la température à un temps t_k sur tout le volume du lessiveur.



Figure 2 : Évolution de la température dans le lessiveur lors de la montée en température



Figure 3 : Évolution de la température dans le lessiveur lors du déplacement froid

3.2. Résultats du modèle avec un coefficient d'échange infini

Le modèle mathématique élaboré permet d'obtenir une matrice [temps; niveau; température] qui est présentable sous forme graphique. Ainsi, la figure 2 montre la montée en température du lessiveur : au temps 0, l'ensemble du lessiveur est à $80^{\circ}C$; ensuite, de la liqueur chaude est injectée par le bas, ce qui fait monter le gradient de température petit à petit vers le haut; très rapidement la température est quasiment uniforme sur tout le lessiveur; pour finir, la température de la liqueur injectée est légèrement augmentée, ce qui explique le léger ressaut. Pour le déplacement froid à la figure 3, le même mode opératoire est appliqué : la température est uniforme à $160^{\circ}C$ au départ, puis, suite à l'injection de liqueur froide en bas de lessiveur, le gradient se déplace de bas en haut au fur et à mesure que le temps s'écoule.

On remarque dans les figures 2 et 3 que le front de température est très abrupt, signifiant que le réchauffement/refroidissement du mélange de copeaux est presque instantané. Cela s'explique par l'hypothèse d'un coefficient d'échange infini. Par ailleurs, le temps nécessaire pour que le front se propage dans l'entièreté du lessiveur dépend du débit de la pompe qui est de l'ordre de 600 à 800 m^3/h .

4. Modèle avec un coefficient d'échange fini

On va à présent considérer que l'échange de chaleur entre la liqueur et les copeaux n'est pas instantané, et donc qu'ils ont des températures différentes à des endroits identiques.



Figure 4 : Profil de température des deux composés dans le lessiveur [1]

4.1. Modélisation

Le profil de température pour un échange fini ressemble à celui présenté à la figure 4 et on y voit une différence de température entre les deux mélanges qui dépend du temps et du coefficient d'échange.

Deux modèles ont été développées : l'un tenant compte d'une évolution linéaire de

la température au cours du temps et donc le coefficient d'échange ne se trouve pas sous la forme d'une exponentielle, et l'autre prenant la forme d'une convergence exponentielle avec une asymptote. La deuxième méthode a été retenue puisqu'elle est adaptative à n'importe quel coefficient d'échange et qu'elle est beaucoup plus réaliste. La première méthode est disponible dans le travail de fin d'études original [2].

Soit l'équation de départ du flux thermique :

$$\frac{d Q}{dt} = -\dot{m}_{liq} c_{p,liq} \frac{d T_L}{dV} = \rho_{mel} c_p \frac{d T_M}{dt} = A U (T_L - T_M)$$
(10)

Avec \dot{m}_{liq} = le débit massique en liqueurs,

 $c_{p,liq}$ = la chaleur spécifique pondérée des liqueurs,

 $\frac{dT_L}{dV}$ = la variation volumique de température de la liqueur,

 ρ_{mel} = la masse volumique de mélange de copeaux,

 c_p = la chaleur spécifique pondérée du mélange de copeaux,

 $\frac{dT_{d_t}^{\mu}}{dt}$ = la variation temporelle de température du mélange de copeaux,

A = la surface d'échange, et

U = le coefficient d'échange thermique global.

Par rapport à l'équation (1), on contraint l'échange à se faire proportionnellement à la différence de température entre les copeaux et la liqueur via le dernier terme.

Si on intègre par sur un pas de temps Δt , on obtient la quantité de chaleur échangée sur ce pas de temps :

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{d Q}{dt} dt = -\dot{m}_{liq} \,\Delta t \, c_{p,liq} \, \frac{d T_L}{dV} = \rho_{mel} \, c_p \,\Delta T_M$$

Pour avoir l'effet piston, il faut lier le pas de temps au pas volumique de la liqueur traversante, à l'instar de la modélisation précédente. Il faut que la masse de liqueurs par unité de temps soit égale à la masse de liqueur dans l'élément de volume, ainsi l'entièreté du volume de liqueur est renouvelée à chaque pas temporel.

$$\Delta t \ \dot{m}_{liq} = \Delta V \ \rho_{liq} \tag{11}$$

 ρ_{liq} correspond à la masse de liqueur présente dans un certain volume. L'effet piston signifie que pour chaque incrément temporel, il y a un incrément volumique pour la liqueur mobile. On peut donc discrétiser les températures en fonction :

$$dT_L = T_L(V_{i-1}, t_{k-1}) - T_L(V_i, t_k)$$

La température est calculée en tout point (V_i, t_k) et la température en ce même point dépend de la température à un pas temporel et volumique précédent (car la liqueur se

déplace d'un incrément de volume ΔV à chaque incrément de temps Δt). Le mélange dans le lessiveur est immobile et donc pour chaque incrément temporel, il n'y a pas d'incrément volumique.

$$dT_M = T_M(V_i, t_k) - T_M(V_i, t_{k-1})$$

À partir des équations (10) et (11), on a :

$$\rho_{liq} c_{p,liq} \left[T_L(V_{i-1}, t_{k-1}) - T_L(V_i, t_k) \right] = \rho_{mel} c_p \left[T_M(V_i, t_k) - T_M(V_i, t_{k-1}) \right]$$

$$\rho_{liq} c_{p,liq} T_L(V_{i-1}, t_{k-1}) - \rho_{liq} c_{p,liq} T_L(V_i, t_k) = \rho_{mel} c_p T_M(V_i, t_k) - \rho_{mel} c_p T_M(V_i, t_{k-1})$$

$$\rho_{liq} c_{p,liq} T_L(V_i, t_k) = \rho_{mel} c_p T_M(V_i, t_{k-1}) - \rho_{mel} c_p T_M(V_i, t_k) + \rho_{liq} c_{p,liq} T_L(V_{i-1}, t_{k-1})$$
(12)

À partir de l'équation (10), on déduit aussi :

$$\frac{d T_M}{dt} = \frac{A U}{\rho_{mel} c_p} (T_L - T_M)$$
$$-\frac{d T_L}{dt} = \frac{A U}{\rho_{liq} c_{p,liq}} (T_L - T_M)$$
$$-\frac{d (T_L - T_M)}{dt} = \left(\frac{1}{\rho_{mel} c_p} + \frac{1}{\rho_{liq} c_{p,liq}}\right) A U (T_L - T_M)$$
$$-\int_{T_L(t_k) - T_M(t_k)}^{T_L(t_k) - T_M(t_k)} \frac{d (T_L - T_M)}{T_L - T_M} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(\frac{1}{\rho_{mel} c_p} + \frac{1}{\rho_{liq} c_{p,liq}}\right) A U dt$$

Après intégration, on obtient :

$$-\left(\ln\left(T_{L}-T_{M}\right)|_{t_{k}}-\ln\left(T_{L}-T_{M}\right)|_{t_{k-1}}\right) = \left(\frac{1}{\rho_{mel} c_{p}}+\frac{1}{\rho_{liq} c_{p,liq}}\right) A U \Delta t$$
$$\ln\frac{T_{L}(V_{i-1},t_{k-1})-T_{M}(V_{i},t_{k-1})}{T_{L}(V_{i},t_{k})-T_{M}(V_{i},t_{k})} = \left(\frac{1}{\rho_{mel} c_{p}}+\frac{1}{\rho_{liq} c_{p,liq}}\right) A U \Delta t$$
$$\ln\frac{T_{L}(V_{i-1},t_{k-1})-T_{M}(V_{i},t_{k-1})}{T_{L}(V_{i},t_{k})-T_{M}(V_{i},t_{k})} = \exp\left(\underbrace{\left(\frac{1}{\rho_{mel} c_{p}}+\frac{1}{\rho_{liq} c_{p,liq}}\right) A U}_{1/\tau}\Delta t\right)$$
$$= \exp\left(\frac{\Delta t}{\tau}\right)$$

avec τ qui représente un temps caractéristique.

$$T_{M}(V_{i},t_{k}) = T_{L}(V_{i},t_{k}) - [T_{L}(V_{i-1},t_{k-1}) - T_{M}(V_{i},t_{k-1})] \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)$$
(13)

On injecte cette égalité dans l'équation (12) :

$$\rho_{liq} c_{p,liq} T_L(V_i, t_k) - \rho_{mel} c_p T_M(V_i, t_{k-1}) - \rho_{liq} c_{p,liq} T_L(V_{i-1}, t_{k-1})$$

$$= \rho_{mel} c_p \left(T_L(V_i, t_k) - [T_L(V_{i-1}, t_{k-1}) - T_M(V_i, t_{k-1})] \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right) \right)$$

Et enfin, on obtient les températures de la liqueur (T_L) et du mélange (T_M) à chaque pas de temps :

$$T_{L} = \frac{\rho_{mel} c_{p} T_{M}(t_{k-1}) + \rho_{liq} c_{p,liq} T_{L}(t_{k-1})}{\rho_{liq} c_{p,liq} + \rho_{mel} c_{p}} + \frac{\rho_{mel} c_{p} [T_{L}(t_{k-1}) - T_{M}(t_{k-1})]}{\rho_{liq} c_{p,liq} + \rho_{mel} c_{p}} \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)$$
(14)

$$T_{M} = \frac{\rho_{mel} c_{p} T_{M}(t_{k-1}) + \rho_{liq} c_{p,liq} T_{L}(t_{k-1})}{\rho_{liq} c_{p,liq} + \rho_{mel} c_{p}} - \frac{\rho_{liq} c_{p,liq} [T_{L}(t_{k-1}) - T_{M}(t_{k-1})]}{\rho_{liq} c_{p,liq} + \rho_{mel} c_{p}} \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau}\right)$$
(15)

Les volumes ne sont plus notés pour simplifier l'écriture, puisque la température de la liqueur au pas précédent est toujours en $T_L(V_{i-1}, t_{k-1})$, alors que celle du mélange est en $T_M(V_i, t_{k-1})$. La démonstration présentée ci-devant est valable pour la montée en température; pour le déplacement froid, le principe est similaire sauf qu'il faut prendre le signe opposé entre les deux termes de l'équation.

4.2. Résultats du modèle avec un coefficient d'échange fini

Dans le cadre d'une modélisation avec un coefficient d'échange fini, il faut imposer un coefficient d'échange qui fixe le temps caractéristique de l'équation. Ce point n'est pas abordé dans cette analyse et la suite expose les résultats avec un coefficient d'échange qui a été déterminé à la fois expérimentalement et théoriquement ¹ [2]. De par cette contrainte, un différentiel de température entre le mélange et la liqueur apparaît tout au long du lessiveur. Il y a donc un profil de température pour chaque substance lors de la montée en température ainsi que lors du refroidissement. Seuls

^{1.} Le produit A U s'élève à 0,1542 MJ/min.



Figure 5 : Évolution du gradient de température de la liqueur dans le lessiveur lors de la chauffe



Figure 6 : Évolution du gradient de température du mélange dans le lessiveur lors de la chauffe

169

les profils de température de la liqueur et du mélange lors de la chauffe sont exposés à la figure 5 et à la figure 6.

On remarque clairement qu'il y a un front de température entre la liqueur présente avant la chauffe et la liqueur chaude entrante, car la liqueur froide est poussée vers le haut et que l'on néglige l'échange de température entre la liqueur froide et la liqueur chaude injectée (effet piston). Ensuite, le front est moins abrupt que lors du cas avec un coefficient d'échange infini, car la liqueur chaude cède moins rapidement de la chaleur aux copeaux froid qu'elle rencontre.

À la figure 6, le mélange homogène se réchauffe graduellement au fur et à mesure que la liqueur cède une partie de son enthalpie. Par rapport au modèle avec un coefficient d'échange infini, on voit que le mélange de copeaux met plus de temps à se réchauffer (à débit constant) et la liqueur se refroidit moins vite au contact des copeaux. Le saut de température que l'on remarque sur la fin de l'échelle du temps à la figure 5 vient du fait qu'en fin de montée en température, un supplément de liqueur blanche ayant une température plus faible est injecté.

En faisant des coupes par niveau de lessiveur, on remarque que le profil de température est considérablement différent. En effet, le coefficient d'échange thermique est un terme exponentiel et une faible variation engendre une modification significative de la température. L'application d'un coefficient d'échange précis est donc essentielle et permet de déterminer une température réaliste des éléments au sein du lessiveur. Plus cette dernière est importante, plus elle est susceptible d'être utile pour les cycles de cuisson ultérieurs.

5. Conclusions et perspectives

Les modélisations présentées dans le présent article ont permis d'appréhender le fonctionnement de la cuisson Cold Blow d'un point de vue thermique et ainsi estimer et expliciter les gains énergétiques relatifs à cette dernière. En effet, le modèle a permis de déterminer la quantité de liqueurs à injecter dans le lessiveur afin de monter le contenu de celui-ci en température. De plus, il a également permis de connaître, à tout moment, la température de la liqueur sortant du lessiveur ; il fut ainsi possible de faire le bilan énergétique des réservoirs alimentés par cette liqueur.

Il faut remarquer cependant que le premier modèle avec un coefficient d'échange infini manque de précision, ce qui a nécessité la réalisation du modèle plus complexe avec un coefficient d'échange fini. Ce dernier a été déterminé à la fois de manière expérimentale et théorique. Il convient de prendre celui qui coïncidait le mieux avec certaines hypothèses de départ fournies par le fabriquant de l'installation de cuisson. Le modèle mis en place permet de simuler des cuissons ayant des hypothèses de départ variables. Toutefois comme toute modélisation, des incertitudes subsistent, notamment au niveau du coefficient d'échange thermique. Pour avoir une valeur réelle, il est nécessaire de réaliser des essais sur un procédé fonctionnel, permettant ainsi d'obtenir un résultat précis. Par ailleurs, le modèle permet d'entrevoir toute une série d'améliorations qu'il convient d'approfondir avant la mise en place d'une telle cuisson.

En conclusion, l'évaluation des procédés des cuissons conventionnelle et Cold Blow a montré que, avec des hypothèses de départ équivalentes, le premier consomme 0,92 tonne de vapeur moyenne pression pour obtenir 1 tonne de cellulose, tandis que le deuxième n'en consomme plus que 0,34. Tout cela résulte, in fine, en un gain financier significatif.

6. Sources

- [1] HANUS, V., *Thermodynamique et transferts thermiques : Transferts thermiques* Virton, Belgique, Haute École de Namur-Liège-Luxembourg, 2015, pp. 93–95.
- [2] CARNEVALI, J.-A., Modélisation énergétique des cuissons Kraft conventionnelle et Cold Blow, Trav. de fin d'ét., Virton, Belgique : Haute École de Namur-Liège-Luxembourg, juin 2017, pp. 19–21.